

TEORÍA DE LA COMUNICACIÓN. EJERCICIOS BREVES

Carlos Rueda Frías

21 de noviembre de 2014

Índice general

I	ENUNCIADOS	15
1.	Modelo	17
2.	Señales	19
2.1.	mW y dBm	19
2.2.	W y dBW	19
2.3.	Potencia nula	19
2.4.	Invarianza del 10 (I)	19
2.5.	Invarianza del 10 (II)	19
2.6.	W y dBm	19
2.7.	Ganancia en potencias	20
2.8.	Atenuación en señales	20
2.9.	Razonando dBm	20
2.10.	Razonando dBW	20
2.11.	Razonando ganancias	20
2.12.	Razonando atenuaciones	20
2.13.	Redondeo	20
2.14.	Valor de pico (I)	20
2.15.	Valor de pico (II)	21
2.16.	Señal normalizada	21
2.17.	Valor medio	21
2.18.	Valor cuadrático medio (I)	21
2.19.	Valor cuadrático medio (II)	21
2.20.	Potencia con señal alterna	21
2.21.	Potencia con señal continua y alterna	21
2.22.	Potencia con señal continua	22
2.23.	Valor eficaz	22
2.24.	Energía de un trozo de senoide	22
2.25.	B_{3dB} de una señal paso bajo	22
2.26.	B_{3dB} de una señal paso banda	22
2.27.	Ancho de banda equivalente	23
2.28.	Espectro de una senoide	23
2.29.	D.e.p. de una senoide	23
2.30.	Potencia de una senoide	23
2.31.	Espectro de una senoide con continua	23
2.32.	D.e.p. de una senoide con continua	23
2.33.	Potencia de una senoide con continua	24

2.34. Espectro del producto de dos sinusoides	24
2.35. D.e.p. del producto de dos sinusoides	24
2.36. Potencia del producto de dos sinusoides	24
2.37. Efecto de un filtrado (I)	24
2.38. Efecto de un filtrado (II)	24
3. Ruido	25
3.1. Ruido blanco como térmico	25
3.2. Factor de ruido y temperatura equivalente (I)	25
3.3. Factor de ruido y temperatura equivalente (II)	25
3.4. Ruido a la salida (I)	25
3.5. Ruido a la salida (II)	25
3.6. Atenuador (I)	26
3.7. Atenuador (II)	26
3.8. Cascada. Paso a temperatura	26
3.9. Cascada. Movimiento de temperaturas	26
3.10. Cascada. Ruido que existe a la entrada	26
3.11. Cascada. Temperatura total a la entrada	27
3.12. Cascada. Potencia total de ruido equivalente en A	27
3.13. Cascada. Potencia total de ruido a la salida	27
3.14. Cascada. Señal/ruido a la salida	27
3.15. Suma de ruidos en una relación s/n	27
3.16. LNA al comienzo de una cascada	27
4. Distorsión	29
4.1. Distorsión no lineal, entrada 1 senoide (I)	29
4.2. Distorsión no lineal, entrada 1 senoide (II)	29
4.3. Distorsión no lineal, entrada 1 senoide (III)	29
4.4. Distorsión no lineal, entrada 1 senoide (IV)	29
4.5. Distorsión no lineal, entrada 1 senoide (V)	30
4.6. Ganancia de pequeña señal	30
4.7. Punto de compresión a 1 dB (I)	30
4.8. Punto de compresión a 1 dB (II)	30
4.9. Punto de compresión a 1 dB (III)	30
4.10. Punto de compresión a 1 dB (IV)	30
4.11. Back-off (I)	31
4.12. Back-off (II)	31
4.13. Back-off (III)	31
4.14. Distorsión no lineal, entrada 2 sinusoides (I)	31
4.15. Distorsión no lineal, entrada 2 sinusoides (II)	32
4.16. Distorsión no lineal, entrada 2 sinusoides (III)	32
4.17. Pto. de intermodulación de tercer orden (I)	32
4.18. Pto. de intermodulación de tercer orden (II)	32
4.19. Pto. de intermodulación de tercer orden (III)	32

5. Modulaciones analógicas	33
5.1. Parámetros de AM (I)	33
5.2. Parámetros de AM (II)	33
5.3. Parámetros de AM (III)	33
5.4. Parámetros de AM (IV)	33
5.5. Potencias de AM (I)	34
5.6. Potencias de AM (II)	34
5.7. Potencias de AM (III)	34
5.8. Potencias de AM (IV)	34
5.9. Potencias de AM (V)	34
5.10. Potencias de AM (VI)	34
5.11. Parámetros de DBL	34
5.12. Potencias de DBL (I)	35
5.13. Potencias de DBL (II)	35
5.14. Potencias de DBL (III)	35
5.15. Parámetros de BLU (I)	35
5.16. Parámetros de BLU (II)	35
5.17. Potencias de BLU (I)	35
5.18. Potencias de BLU (II)	35
5.19. Calidad AM (I)	36
5.20. Calidad AM (II)	36
5.21. Calidad AM (III)	36
5.22. Calidad AM (IV)	36
5.23. Calidad AM (V)	36
5.24. Calidad DBL (I)	37
5.25. Calidad DBL (II)	37
5.26. Calidad DBL (III)	37
5.27. Calidad DBL (IV)	37
5.28. Calidad BLU (I)	37
5.29. Calidad BLU (II)	38
5.30. Calidad BLU (III)	38
5.31. Calidad BLU (IV)	38
5.32. Calidad BLU (V)	38
5.33. Parámetros de FM (I)	39
5.34. Parámetros de FM (II)	39
5.35. Parámetros de FM (III)	39
5.36. Parámetros de FM (IV)	39
5.37. Parámetros de FM (V)	40
5.38. Parámetros de FM (VI)	40
5.39. Funciones de Bessel (I)	40
5.40. Funciones de Bessel (II)	40
5.41. Funciones de Bessel (III)	40
5.42. Funciones de Bessel (IV)	40
5.43. Funciones de Bessel (V)	41
5.44. Funciones de Bessel (VI)	41
5.45. Multiplicador de frecuencia	41
5.46. Calidad FM (I)	41
5.47. Calidad FM (II)	41

5.48. Calidad FM (III)	41
5.49. Calidad FM (IV)	42
5.50. Calidad FM (V)	42
5.51. Calidad FM (VI)	42
6. Conversión A/D. MIC	43
6.1. Señal definida por f.d.p. (I)	43
6.2. Señal definida por f.d.p. (II)	43
6.3. Señal definida por f.d.p. (III)	43
6.4. Señal definida por f.d.p. (IV)	43
6.5. Señal definida por f.d.p. (V)	44
6.6. Señal definida por f.d.p. (VI)	44
6.7. MIC: muestreo y regímenes (I)	44
6.8. MIC: muestreo y regímenes (II)	44
6.9. MIC: muestreo y regímenes (III)	45
6.10. MIC: muestreo y regímenes (IV)	45
6.11. Trama MIC (I)	45
6.12. Trama MIC (II)	45
6.13. Trama MIC (III)	45
6.14. Procesado de una muestra (I)	46
6.15. Procesado de una muestra (II)	46
6.16. Procesado de una muestra (III)	46
6.17. Procesado de una muestra (IV)	46
6.18. Procesado de una muestra (V)	46
6.19. Procesado de una muestra (VI)	46
6.20. Procesado de una muestra (VII)	47
6.21. Calidad MIC (I)	47
6.22. Calidad MIC (II)	47
6.23. Calidad MIC (III)	47
6.24. Calidad MIC (IV)	47
6.25. Calidad MIC (V)	47
7. TX digital BB filtrada	49
7.1. Criterio de Nyquist (I)	49
7.2. Criterio de Nyquist (II)	49
7.3. Criterio de Nyquist (III)	49
7.4. Criterio de Nyquist en f	49
7.5. Criterio de Nyquist vs. Teorema del Muestreo (I)	50
7.6. Criterio de Nyquist vs. Teorema del Muestreo (II)	50
8. TX digital BB con ruido	51
8.1. Dependencia lineal (I)	51
8.2. Dependencia lineal (II)	51
8.3. Normalización en energía (I)	52
8.4. Normalización en energía (II)	52
8.5. Normalización en energía (III)	52
8.6. Producto escalar (I)	52
8.7. Producto escalar (II)	53

8.8. Producto escalar (III)	53
8.9. Producto escalar (IV)	53
8.10. Producto escalar (V)	53
8.11. Producto escalar (VI)	53
8.12. Producto escalar (VII)	54
8.13. Producto escalar (VIII)	54
8.14. Producto escalar (IX)	54
8.15. Elección de una base. Pulsos	55
8.16. Elección de una base. Sinusoides isofrecuencia	55
8.17. Elección de una base. Sinusoides multifrecuencia	55
8.18. Sustitución de integrales por energías	56
8.19. Atenuación del medio	56
8.20. BER. Estudio de un caso (I)	56
8.21. BER. Estudio de un caso (II)	56
8.22. BER. Estudio de un caso (III)	57
8.23. BER. Estudio de un caso (IV)	57
8.24. BER. Estudio de un caso (V)	57
8.25. BER. Estudio de un caso (VI)	57
9. Modulaciones digitales	59
9.1. 4ASK: constelación RX	59
9.2. 4ASK: energías RX	59
9.3. 4ASK: energía media	60
9.4. 4ASK: calidad	60
9.5. 4ASK: estudio genérico de la constelación	60
9.6. MASK: velocidad y ancho de banda (I)	61
9.7. MASK: velocidad y ancho de banda (II)	61
9.8. MASK: calidad y distancia mínima (I)	61
9.9. MASK: calidad y distancia mínima (II)	61
9.10. QPSK: estudio de la constelación (I)	61
9.11. QPSK: estudio de la constelación (II)	62
9.12. QPSK: estudio de la constelación (III)	62
9.13. QPSK versus 8PSK (I)	62
9.14. QPSK versus 8PSK (II)	62
9.15. QPSK versus 8PSK (III)	63
9.16. QPSK: estudio del demodulador (I)	63
9.17. QPSK: estudio del demodulador (II)	64
9.18. QPSK: estudio del demodulador (III)	64
9.19. 16QAM: estudio de la constelación (I)	64
9.20. 16QAM: estudio de la constelación (II)	65
9.21. 16QAM: estudio de la constelación (III)	65
9.22. 16QAM: estudio de la constelación (IV)	65
9.23. 16QAM: estudio de la constelación (V)	65
9.24. 16QAM: estudio de un caso (I)	65
9.25. 16QAM: estudio de un caso (II)	66
9.26. 16QAM: estudio de un caso (III)	66
9.27. 4FSK: frecuencias (I)	66
9.28. 4FSK: frecuencias (II)	66

9.29. 4FSK: señales	66
9.30. MFSK: ancho de banda (I)	67
9.31. MFSK: ancho de banda (II)	67
9.32. MFSK: ancho de banda (III)	67
9.33. MFSK: calidad (I)	67
9.34. MFSK: calidad (II)	67
9.35. MFSK: calidad (III)	67
9.36. 2FSK: demodulador (I)	68
9.37. 2FSK: demodulador (II)	68
9.38. 2FSK: demodulador (III)	68
 II RESOLUCIONES	 69
 1. Modelo	 71
 2. Señales	 73
2.1. mW y dBm	73
2.2. W y dBW	73
2.3. Potencia nula	73
2.4. Invarianza del 10 (I)	74
2.5. Invarianza del 10 (II)	74
2.6. W y dBm	74
2.7. Ganancia en potencias	74
2.8. Atenuación en señales	75
2.9. Razonando dBm	75
2.10. Razonando dBW	75
2.11. Razonando ganancias	75
2.12. Razonando atenuaciones	76
2.13. Redondeo	76
2.14. Valor de pico (I)	76
2.15. Valor de pico (II)	76
2.16. Señal normalizada	76
2.17. Valor medio	77
2.18. Valor cuadrático medio (I)	77
2.19. Valor cuadrático medio (II)	77
2.20. Potencia con señal alterna	77
2.21. Potencia con señal continua y alterna	78
2.22. Potencia con señal continua	78
2.23. Valor eficaz	78
2.24. Energía de un trozo de senoide	78
2.25. B_{3dB} de una señal paso bajo	79
2.26. B_{3dB} de una señal paso banda	79
2.27. Ancho de banda equivalente	79
2.28. Espectro de una senoide	80
2.29. D.e.p. de una senoide	80
2.30. Potencia de una senoide	81
2.31. Espectro de una senoide con continua	81

2.32. D.e.p. de una senoide con continua	81
2.33. Potencia de una senoide con continua	82
2.34. Espectro del producto de dos senoideos	82
2.35. D.e.p. del producto de dos senoideos	82
2.36. Potencia del producto de dos senoideos	83
2.37. Efecto de un filtrado (I)	83
2.38. Efecto de un filtrado (II)	83
3. Ruido	85
3.1. Ruido blanco como térmico	85
3.2. Factor de ruido y temperatura equivalente (I)	85
3.3. Factor de ruido y temperatura equivalente (II)	85
3.4. Ruido a la salida (I)	86
3.5. Ruido a la salida (II)	86
3.6. Atenuador (I)	86
3.7. Atenuador (II)	86
3.8. Cascada. Paso a temperatura	87
3.9. Cascada. Movimiento de temperaturas	87
3.10. Cascada. Ruido que existe a la entrada	87
3.11. Cascada. Temperatura total a la entrada	88
3.12. Cascada. Potencia total de ruido equivalente en A	88
3.13. Cascada. Potencia total de ruido a la salida	88
3.14. Cascada. Señal/ruido a la salida	88
3.15. Suma de ruidos en una relación s/n	89
3.16. LNA al comienzo de una cascada	89
4. Distorsión	91
4.1. Distorsión no lineal, entrada 1 senoide (I)	91
4.2. Distorsión no lineal, entrada 1 senoide (II)	91
4.3. Distorsión no lineal, entrada 1 senoide (III)	91
4.4. Distorsión no lineal, entrada 1 senoide (IV)	92
4.5. Distorsión no lineal, entrada 1 senoide (V)	92
4.6. Ganancia de pequeña señal	92
4.7. Punto de compresión a 1 dB (I)	92
4.8. Punto de compresión a 1 dB (II)	93
4.9. Punto de compresión a 1 dB (III)	93
4.10. Punto de compresión a 1 dB (IV)	93
4.11. Back-off (I)	94
4.12. Back-off (II)	94
4.13. Back-off (III)	94
4.14. Distorsión no lineal, entrada 2 senoideos (I)	94
4.15. Distorsión no lineal, entrada 2 senoideos (II)	95
4.16. Distorsión no lineal, entrada 2 senoideos (III)	95
4.17. Pto. de intermodulación de tercer orden (I)	95
4.18. Pto. de intermodulación de tercer orden (II)	96
4.19. Pto. de intermodulación de tercer orden (III)	96

5. Modulaciones analógicas	97
5.1. Parámetros de AM (I)	97
5.2. Parámetros de AM (II)	97
5.3. Parámetros de AM (III)	97
5.4. Parámetros de AM (IV)	98
5.5. Potencias de AM (I)	98
5.6. Potencias de AM (II)	98
5.7. Potencias de AM (III)	98
5.8. Potencias de AM (IV)	99
5.9. Potencias de AM (V)	99
5.10. Potencias de AM (VI)	99
5.11. Parámetros de DBL	99
5.12. Potencias de DBL (I)	100
5.13. Potencias de DBL (II)	100
5.14. Potencias de DBL (III)	100
5.15. Parámetros de BLU (I)	100
5.16. Parámetros de BLU (II)	100
5.17. Potencias de BLU (I)	101
5.18. Potencias de BLU (II)	101
5.19. Calidad AM (I)	101
5.20. Calidad AM (II)	101
5.21. Calidad AM (III)	102
5.22. Calidad AM (IV)	102
5.23. Calidad AM (V)	102
5.24. Calidad DBL (I)	103
5.25. Calidad DBL (II)	103
5.26. Calidad DBL (III)	103
5.27. Calidad DBL (IV)	103
5.28. Calidad BLU (I)	104
5.29. Calidad BLU (II)	104
5.30. Calidad BLU (III)	104
5.31. Calidad BLU (IV)	104
5.32. Calidad BLU (V)	104
5.33. Parámetros de FM (I)	105
5.34. Parámetros de FM (II)	105
5.35. Parámetros de FM (III)	105
5.36. Parámetros de FM (IV)	105
5.37. Parámetros de FM (V)	105
5.38. Parámetros de FM (VI)	106
5.39. Funciones de Bessel (I)	106
5.40. Funciones de Bessel (II)	106
5.41. Funciones de Bessel (III)	107
5.42. Funciones de Bessel (IV)	107
5.43. Funciones de Bessel (V)	108
5.44. Funciones de Bessel (VI)	108
5.45. Multiplicador de frecuencia	108
5.46. Calidad FM (I)	108
5.47. Calidad FM (II)	109

5.48. Calidad FM (III)	109
5.49. Calidad FM (IV)	109
5.50. Calidad FM (V)	109
5.51. Calidad FM (VI)	110
6. Conversión A/D. MIC	111
6.1. Señal definida por f.d.p. (I)	111
6.2. Señal definida por f.d.p. (II)	111
6.3. Señal definida por f.d.p. (III)	111
6.4. Señal definida por f.d.p. (IV)	112
6.5. Señal definida por f.d.p. (V)	112
6.6. Señal definida por f.d.p. (VI)	112
6.7. MIC: muestreo y regímenes (I)	112
6.8. MIC: muestreo y regímenes (II)	112
6.9. MIC: muestreo y regímenes (III)	112
6.10. MIC: muestreo y regímenes (IV)	113
6.11. Trama MIC (I)	113
6.12. Trama MIC (II)	113
6.13. Trama MIC (III)	113
6.14. Procesado de una muestra (I)	113
6.15. Procesado de una muestra (II)	114
6.16. Procesado de una muestra (III)	114
6.17. Procesado de una muestra (IV)	114
6.18. Procesado de una muestra (V)	114
6.19. Procesado de una muestra (VI)	115
6.20. Procesado de una muestra (VII)	115
6.21. Calidad MIC (I)	115
6.22. Calidad MIC (II)	115
6.23. Calidad MIC (III)	115
6.24. Calidad MIC (IV)	116
6.25. Calidad MIC (V)	116
7. TX digital BB filtrada	117
7.1. Criterio de Nyquist (I)	117
7.2. Criterio de Nyquist (II)	117
7.3. Criterio de Nyquist (III)	117
7.4. Criterio de Nyquist en f	118
7.5. Criterio de Nyquist vs. Teorema del Muestreo (I)	119
7.6. Criterio de Nyquist vs. Teorema del Muestreo (II)	119
8. TX digital BB con ruido	121
8.1. Dependencia lineal (I)	121
8.2. Dependencia lineal (II)	121
8.3. Normalización en energía (I)	122
8.4. Normalización en energía (II)	122
8.5. Normalización en energía (III)	122
8.6. Producto escalar (I)	122
8.7. Producto escalar (II)	123

8.8. Producto escalar (III)	123
8.9. Producto escalar (IV)	123
8.10. Producto escalar (V)	124
8.11. Producto escalar (VI)	124
8.12. Producto escalar (VII)	124
8.13. Producto escalar (VIII)	125
8.14. Producto escalar (IX)	126
8.15. Elección de una base. Pulsos	126
8.16. Elección de una base. Sinusoides isofrecuencia	127
8.17. Elección de una base. Sinusoides multifrecuencia	127
8.18. Sustitución de integrales por energías	128
8.19. Atenuación del medio	128
8.20. BER. Estudio de un caso (I)	129
8.21. BER. Estudio de un caso (II)	129
8.22. BER. Estudio de un caso (III)	130
8.23. BER. Estudio de un caso (IV)	130
8.24. BER. Estudio de un caso (V)	130
8.25. BER. Estudio de un caso (VI)	131
9. Modulaciones digitales	133
9.1. 4ASK: constelación RX	133
9.2. 4ASK: energías RX	134
9.3. 4ASK: energía media	134
9.4. 4ASK: calidad	134
9.5. 4ASK: estudio genérico de la constelación	135
9.6. MASK: velocidad y ancho de banda (I)	136
9.7. MASK: velocidad y ancho de banda (II)	136
9.8. MASK: calidad y distancia mínima (I)	136
9.9. MASK: calidad y distancia mínima (II)	137
9.10. QPSK: estudio de la constelación (I)	137
9.11. QPSK: estudio de la constelación (II)	138
9.12. QPSK: estudio de la constelación (III)	139
9.13. QPSK versus 8PSK (I)	139
9.14. QPSK versus 8PSK (II)	139
9.15. QPSK versus 8PSK (III)	140
9.16. QPSK: estudio del demodulador (I)	140
9.17. QPSK: estudio del demodulador (II)	141
9.18. QPSK: estudio del demodulador (III)	141
9.19. 16QAM: estudio de la constelación (I)	141
9.20. 16QAM: estudio de la constelación (II)	142
9.21. 16QAM: estudio de la constelación (III)	143
9.22. 16QAM: estudio de la constelación (IV)	143
9.23. 16QAM: estudio de la constelación (V)	144
9.24. 16QAM: estudio de un caso (I)	144
9.25. 16QAM: estudio de un caso (II)	144
9.26. 16QAM: estudio de un caso (III)	144
9.27. 4FSK: frecuencias (I)	145
9.28. 4FSK: frecuencias (II)	145

9.29. 4FSK: señales	145
9.30. MFSK: ancho de banda (I)	146
9.31. MFSK: ancho de banda (II)	146
9.32. MFSK: ancho de banda (III)	146
9.33. MFSK: calidad (I)	146
9.34. MFSK: calidad (II)	147
9.35. MFSK: calidad (III)	147
9.36. 2FSK: demodulador (I)	147
9.37. 2FSK: demodulador (II)	147
9.38. 2FSK: demodulador (III)	148

Parte I

ENUNCIADOS

Capítulo 1

Modelo

No hay ejercicios breves para este capítulo.

Capítulo 2

Señales

2.1. mW y dBm

Sea una señal con potencia $p = 100$ mW. Calcule su potencia $P(\text{dBm})$.

2.2. W y dBW

Sea una señal con potencia $p = 1$ W. Calcule su potencia $P(\text{dBW})$.

2.3. Potencia nula

Sea una señal con potencia $p = 0$ W. Calcule su potencia $P(\text{dBW})$.

2.4. Invarianza del 10 (I)

Sea una señal con potencia $p = 10$ mW. Calcule su potencia $P(\text{dBm})$.

2.5. Invarianza del 10 (II)

Sea una señal con potencia $p = 0,1$ mW. Calcule su potencia $P(\text{dBm})$.

2.6. W y dBm

Sea una señal con potencia $p = 1$ W. Calcule su potencia $P(\text{dBm})$.

2.7. Ganancia en potencias

Sean dos potencias: $p_2 = 20$ W, y $p_1 = 2$ W. La relación entre ambas es: $r = (p_2/p_1)$ (veces de potencia). Calcule la relación en unidades logarítmicas, $R(\text{dB})$.

2.8. Atenuación en señales

Sean dos tensiones: $v_2 = 6$ μV , y $v_1 = 12$ μV . La relación entre ambas es: $r = (v_2/v_1)$ (veces de señal). Calcule la relación en unidades logarítmicas, $R(\text{dB})$.

2.9. Razonando dBm

Sea una señal con potencia $P = 23$ dBm. Calcule su potencia $p(\text{mW})$.

2.10. Razonando dBW

Sea una señal con potencia $P = -13$ dBW. Calcule su potencia $p(\text{W})$.

2.11. Razonando ganancias

p_2 es una potencia 8 veces (de potencia) mayor que $p_1 = 2$ mW. Calcule $P_2(\text{dBm})$.

2.12. Razonando atenuaciones

p_2 es una potencia 10 veces menor que $p_1 = 10$ W. Calcule $P_2(\text{dBW})$.

2.13. Redondeo

Sea una potencia $p = 345,8677$ mW. Calcule $P(\text{dBm})$.

2.14. Valor de pico (I)

Sea una señal $x(t) = 5 \sin(2\pi 1 t)$ (en voltios para el tiempo en segundos). Calcule su valor de pico, $x_p(\text{V})$.

2.15. Valor de pico (II)

Sea una señal $x(t) = 4 + 2 \cos(4\pi t)$ (en V para t en s). Calcule su valor de pico, $x_p(V)$.

2.16. Señal normalizada

Sea una señal $x(t) = 4 + 2 \cos(4\pi t)$ (en V para t en s). Calcule la señal normalizada, $x_n(t)$.

2.17. Valor medio

Sea una señal $x(t) = \cos^2(2\pi t)$ (en V para t en s). Calcule su valor medio, $\langle x \rangle(V)$.

2.18. Valor cuadrático medio (I)

Sea una señal $x(t) = 2 \sin(2\pi t)$ (en V para t en s). Calcule su valor cuadrático medio, $\langle x^2 \rangle(V^2)$.

2.19. Valor cuadrático medio (II)

Sea una señal $x(t) = 5 + 10 \cos(2\pi t)$ (en V para t en s). Calcule su valor cuadrático medio, $\langle x^2 \rangle(V^2)$.

2.20. Potencia con señal alterna

Sea una señal $x(t) = 2 \sin(2\pi t)$ (en V para t en s). Calcule su potencia, $p_x(W)$, sobre una carga $R = 50 \Omega$.

2.21. Potencia con señal continua y alterna

Sea una señal $x(t) = 5 + 10 \cos(2\pi t)$ (en V para t en s). Calcule su potencia, $p_x(W)$, sobre una carga $R = 50 \Omega$.

2.22. Potencia con señal continua

Sea una señal $x(t) = 4$ (en V para t en s). Calcule su potencia, $p_x(\text{W})$, sobre una carga $R = 75 \Omega$.

2.23. Valor eficaz

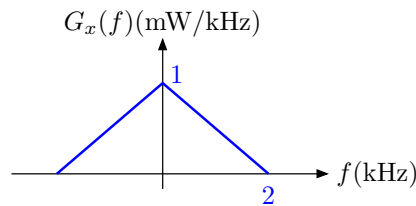
Sea una señal $x(t) = 2 \sin(2\pi t)$ (en V para t en s). Calcule su valor eficaz, $x_{ef}(\text{V})$. Puede considerar $R = 1 \Omega$.

2.24. Energía de un trozo de senoide

Sea una señal $x(t) = \frac{1}{2} \cos(2\pi t)$ (en V para t en s), definida en $0 \leq t \leq 4$ (en el resto del tiempo vale 0). Calcule su energía, $E_x(\text{J})$. La carga es $R = 1 \Omega$.

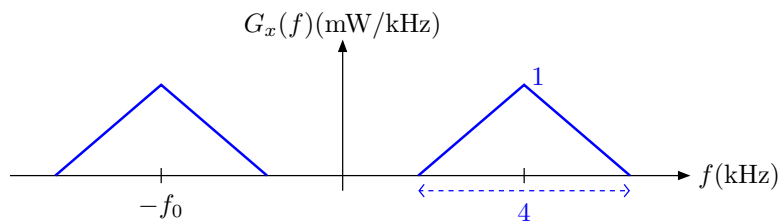
2.25. $B_{3\text{dB}}$ de una señal paso bajo

En la figura se observa la d.e.p. de una señal paso bajo. Calcule su ancho de banda a 3 dB, $B_{3\text{dB}}(\text{kHz})$. Ilustre el resultado con un dibujo.



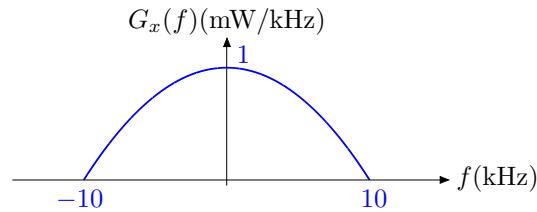
2.26. $B_{3\text{dB}}$ de una señal paso banda

En la figura se observa la d.e.p. de una señal paso banda. Calcule su ancho de banda a 3 dB, $B_{3\text{dB}}(\text{kHz})$. Ilustre el resultado con un dibujo.



2.27. Ancho de banda equivalente

En la figura se observa la d.e.p. de una señal. La forma del espectro es parabólica; en concreto, se corresponde con: $G_x(f) = -\frac{1}{100}f^2 + 1$. Calcule su ancho de banda equivalente, B_{eq} (kHz). Ilustre el resultado con un dibujo.



2.28. Espectro de una senoide

Sea una señal $x(t) = \frac{1}{3} \cos(2\pi 5t)$ (en V para t en s). Calcule su espectro, $X(f)$, bilateral y unilateral. Dibuje el bilateral.

2.29. D.e.p. de una senoide

Sea una señal $x(t) = \frac{1}{3} \cos(2\pi 5t)$ (en V para t en s). Calcule su d.e.p., $G_x(f)$, bilateral y unilateral. Dibuje la bilateral. (Puede tomar $R = 1 \Omega$.)

2.30. Potencia de una senoide

Sea una señal $x(t) = \frac{1}{3} \cos(2\pi 5t)$ (en V para t en s). A partir de la d.e.p., calcule la potencia que desarrolla $x(t)$ sobre una carga $R = 1 \Omega$.

2.31. Espectro de una senoide con continua

Sea una señal $x(t) = 2 + \cos(2\pi 10t)$ (en V para t en s). Calcule su espectro, $X(f)$, bilateral y unilateral. Dibuje el bilateral.

2.32. D.e.p. de una senoide con continua

Sea una señal $x(t) = 2 + \cos(2\pi 10t)$ (en V para t en s). Calcule su d.e.p., $G_x(f)$, bilateral y unilateral. Dibuje la bilateral. (Puede tomar $R = 1 \Omega$.)

2.33. Potencia de una senoide con continua

Sea una señal $x(t) = 2 + \cos(2\pi 10 t)$ (en V para t en s). A partir de la d.e.p., calcule la potencia que desarrolla $x(t)$ sobre una carga $R = 1 \Omega$.

2.34. Espectro del producto de dos sinusoides

Sean dos señales: $x_1(t) = \cos(2\pi 8 t)$ y $x_2(t) = \frac{1}{3} \cos(2\pi 6 t)$ (ambas en V para t en s). Para la señal producto, $x_3(t) = x_1(t) \cdot x_2(t)$, calcule su espectro, $X_3(f)$. Dibújelo.

2.35. D.e.p. del producto de dos sinusoides

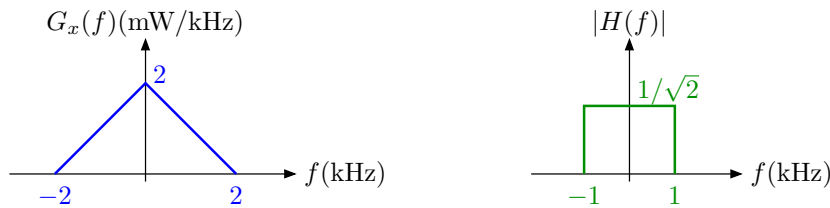
Sean dos señales: $x_1(t) = \cos(2\pi 8 t)$ y $x_2(t) = \frac{1}{3} \cos(2\pi 6 t)$ (ambas en V para t en s). Para la señal producto, $x_3(t) = x_1(t) \cdot x_2(t)$, calcule su d.e.p., $G_{x_3}(f)$. Dibújela.

2.36. Potencia del producto de dos sinusoides

Sean dos señales: $x_1(t) = \cos(2\pi 8 t)$ y $x_2(t) = \frac{1}{3} \cos(2\pi 6 t)$ (ambas en V para t en s). Para la señal producto, $x_3(t) = x_1(t) \cdot x_2(t)$, calcule su potencia sobre 1Ω , a partir de la d.e.p.

2.37. Efecto de un filtrado (I)

En la figura se pueden apreciar la d.e.p. de una señal, $G_x(f)$, y el módulo de la transferencia en señal de un filtro, $|H(f)|$. La señal $y(t)$ se obtiene filtrando $x(t)$ por $h(t)$. Dibuje la d.e.p. de $y(t)$, y calcule su ancho de banda.



2.38. Efecto de un filtrado (II)

En la figura anterior se pueden apreciar la d.e.p. de una señal, $G_x(f)$, y el módulo de la transferencia en señal de un filtro, $|H(f)|$. La señal $y(t)$ se obtiene filtrando $x(t)$ por $h(t)$. Calcule la potencia de $y(t)$.

Capítulo 3

Ruido

3.1. Ruido blanco como térmico

Sea un ruido blanco, de origen no térmico, con d.e.p. bilateral $N_0/2 = 10^{-18}$ W/Hz. Para modelar el ruido como uno térmico, desde el punto de vista operacional, calcule la temperatura de ruido que le corresponde, $T(K)$.

3.2. Factor de ruido y temperatura equivalente (I)

Sea un amplificador con factor de ruido $F = 6$ dB. Calcule su temperatura equivalente de ruido interno, $T_e(K)$.

3.3. Factor de ruido y temperatura equivalente (II)

Sea un amplificador con temperatura equivalente de ruido interno $T_e = 30000$ K. Calcule su factor de ruido, $F(\text{dB})$.

3.4. Ruido a la salida (I)

Sea un amplificador con ganancia $G = 20$ dB, factor de ruido $F = 6$ dB, y ancho de banda equivalente de ruido $B_{eq} = B = 10$ kHz. El ruido a su entrada es $n_e = k \cdot T_0 \cdot B$. Calcule el ruido a la salida, $n_s(W)$.

3.5. Ruido a la salida (II)

Sea un amplificador con ganancia $G = 20$ dB, factor de ruido $F = 6$ dB, y ancho de banda equivalente de ruido $B_{eq} = B = 10$ kHz. El ruido a su entrada es $n_e = k \cdot 2T_0 \cdot B$. Calcule el ruido a la salida, $n_s(W)$.

3.6. Atenuador (I)

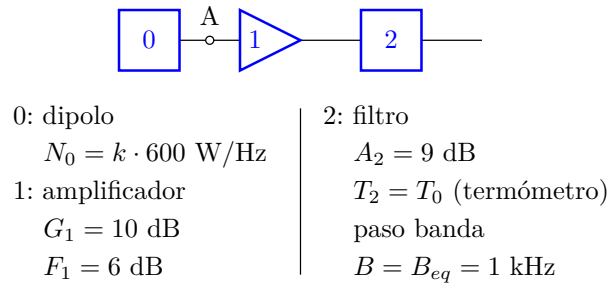
Sea un filtro que atenúa $a = 8$ v.p., y se encuentra a una temperatura física de termómetro $T = 2T_0$. Calcule su temperatura equivalente de ruido interno, T_e (K). Calcule su factor de ruido, f (v.p.).

3.7. Atenuador (II)

Sea un cable que atenúa $a = 8$ v.p., y se encuentra a una temperatura física de termómetro $T = T_0$ (está a temperatura ambiente). Calcule su temperatura equivalente de ruido interno, T_e (K). Calcule su factor de ruido, f (v.p.).

3.8. Cascada. Paso a temperatura

Sea la cascada de elementos de la figura. Caracterice cada elemento (cuadripolo o dipolo) por su temperatura equivalente de ruido. Dibuje el sistema, situando correctamente las temperaturas.



3.9. Cascada. Movimiento de temperaturas

Sea la cascada de elementos de la figura anterior. Mueva todas las temperaturas equivalentes de ruido interno al punto A. Así obtendrá la temperatura total equivalente de ruido interno en A, T_{eA} (K).

3.10. Cascada. Ruido que existe a la entrada

Sea la cascada de elementos de la figura anterior. ¿Cuál es la temperatura de ruido que realmente existe a la entrada (punto A), T_{in} (K). Calcule la potencia de ruido que existe y se mide a la entrada, n_{in} (W).

3.11. Cascada. Temperatura total a la entrada

Sea la cascada de elementos de la figura anterior. Calcule la temperatura total de ruido, $T_T(\text{K})$, incluyendo tanto el ruido a la entrada como las demás contribuciones (llevadas al punto A).

3.12. Cascada. Potencia total de ruido equivalente en A

Sea la cascada de elementos de la figura anterior. Calcule la potencia de ruido total en A, $n_{TA}(\text{W})$, incluyendo todas las contribuciones de ruido previamente movidas a este punto.

3.13. Cascada. Potencia total de ruido a la salida

Sea la cascada de elementos de la figura anterior. Calcule la potencia de ruido total a la salida, $n_s(\text{W})$.

3.14. Cascada. Señal/ruido a la salida

Sea la cascada de elementos de la figura anterior. A la entrada, punto A, se tiene una señal deseada de $s_{in} = 1 \text{ nW}$. Calcule la relación señal a ruido a la salida, $(s/n)(\text{v.p.})$ y $(S/N)(\text{dB})$.

3.15. Suma de ruidos en una relación s/n

En un sistema la señal deseada tiene una potencia $s = 1 \text{ W}$. Hay 3 contribuciones de ruido, todas AWGN, con valores: $n_1 = 1 \text{ mW}$; $n_2 = 1 \text{ mW}$; y $n_3 = 2 \text{ mW}$. Calcule la relación señal a ruido total en unidades naturales y logarítmicas.

3.16. LNA al comienzo de una cascada

Sea una cascada de cuadripolos. Datos:

- Cuadripolo 1: $T_{e1} = 1000 \text{ K}$; $g_1 = 10000 \text{ v.p.}$
- Cuadripolo 2: $T_{e2} = 4000 \text{ K}$; $a_2 = 5 \text{ v.p.}$
- Cuadripolo 3: $T_{e3} = 2000 \text{ K}$; $a_3 = 10 \text{ v.p.}$

Calcule la temperatura equivalente de ruido interno del conjunto, $T_{eT}(\text{K})$.

Capítulo 4

Distorsión

4.1. Distorsión no lineal, entrada 1 senoide (I)

Sea un amplificador no lineal, caracterizado por la relación polinómica entre la entrada y la salida: $v_s = 10 \cdot v_e + 1 \cdot v_e^2 - 0,5 \cdot v_e^3$. La carga de trabajo es $R = 50 \Omega$. A la entrada del amplificador se inyecta una senoide de frecuencia f_0 y potencia $p_e = 0,01 \text{ W}$. Calcule la amplitud (valor de pico) de la senoide inyectada, $A_e(\text{V})$.

4.2. Distorsión no lineal, entrada 1 senoide (II)

Sea un amplificador no lineal, caracterizado por la relación polinómica entre la entrada y la salida: $v_s = 10 \cdot v_e + 1 \cdot v_e^2 - 0,5 \cdot v_e^3$. La carga de trabajo es $R = 50 \Omega$. A la entrada del amplificador se inyecta una senoide de frecuencia f_0 y potencia $p_e = 0,01 \text{ W}$. Calcule la potencia del fundamental a la salida, $p_s(f_0)(\text{W})$.

4.3. Distorsión no lineal, entrada 1 senoide (III)

Sea un amplificador no lineal, caracterizado por la relación polinómica entre la entrada y la salida: $v_s = 10 \cdot v_e + 1 \cdot v_e^2 - 0,5 \cdot v_e^3$. La carga de trabajo es $R = 50 \Omega$. A la entrada del amplificador se inyecta una senoide de frecuencia f_0 y potencia $p_e = 0,01 \text{ W}$. Calcule la potencia del armónico a $2f_0$ (a la salida), $p_s(2f_0)(\text{W})$.

4.4. Distorsión no lineal, entrada 1 senoide (IV)

Sea un amplificador no lineal, caracterizado por la relación polinómica entre la entrada y la salida: $v_s = 10 \cdot v_e + 1 \cdot v_e^2 - 0,5 \cdot v_e^3$. La carga de trabajo es $R = 50 \Omega$. A la entrada del amplificador se inyecta una senoide de frecuencia f_0 y potencia $p_e = 0,01 \text{ W}$. Calcule la potencia del armónico a $3f_0$ (a la salida), $p_s(3f_0)(\text{W})$.

4.5. Distorsión no lineal, entrada 1 senoide (V)

Sea un amplificador no lineal, caracterizado por la relación polinómica entre la entrada y la salida: $v_s = 10 \cdot v_e + 1 \cdot v_e^2 - 0,5 \cdot v_e^3$. La carga de trabajo es $R = 50 \Omega$. A la entrada del amplificador se inyecta una senoide de frecuencia f_0 y potencia $p_e = 0,01$ W. Calcule la potencia de continua a la salida, $p_s(0)$ (W).

4.6. Ganancia de pequeña señal

Sea un amplificador no lineal, caracterizado por la relación polinómica entre la entrada y la salida: $v_s = 10 \cdot v_e + 1 \cdot v_e^2 - 0,5 \cdot v_e^3$. La carga de trabajo es $R = 50 \Omega$. Calcule la ganancia de pequeña señal, G_0 (dB).

4.7. Punto de compresión a 1 dB (I)

Sea un amplificador no lineal, caracterizado por la relación polinómica entre la entrada y la salida: $v_s = 10 \cdot v_e + 1 \cdot v_e^2 - 0,5 \cdot v_e^3$. La carga de trabajo es $R = 50 \Omega$. Calcule la ganancia en el punto de compresión a 1 dB, G_{1dB} (dB).

4.8. Punto de compresión a 1 dB (II)

Sea un amplificador no lineal, caracterizado por la relación polinómica entre la entrada y la salida: $v_s = 10 \cdot v_e + 1 \cdot v_e^2 - 0,5 \cdot v_e^3$. La carga de trabajo es $R = 50 \Omega$. Calcule la amplitud (valor de pico) de la senoide a la entrada en el punto de compresión a 1 dB, A (V).

4.9. Punto de compresión a 1 dB (III)

Sea un amplificador no lineal, caracterizado por la relación polinómica entre la entrada y la salida: $v_s = 10 \cdot v_e + 1 \cdot v_e^2 - 0,5 \cdot v_e^3$. La carga de trabajo es $R = 50 \Omega$. Calcule la potencia de la senoide a la entrada en el punto de compresión a 1 dB, $p_e(1dB)$ (W) y $P_e(1dB)$ (dBm).

4.10. Punto de compresión a 1 dB (IV)

Sea un amplificador no lineal, caracterizado por la relación polinómica entre la entrada y la salida: $v_s = 10 \cdot v_e + 1 \cdot v_e^2 - 0,5 \cdot v_e^3$. La carga de trabajo es $R = 50 \Omega$. Calcule la potencia del fundamental a la salida en el punto de compresión a 1 dB, $p_s(1dB)$ (W) y $P_s(1dB)$ (dBm).

4.11. Back-off (I)

Sea un amplificador no lineal, caracterizado por la relación polinómica entre la entrada y la salida: $v_s = 10 \cdot v_e + 1 \cdot v_e^2 - 0,5 \cdot v_e^3$. La carga de trabajo es $R = 50 \Omega$. Se trabaja con un back-off a la entrada (IBO), respecto al P1dB, de 3 dB. Calcule la potencia de la senoide a la entrada, $P_e(IBO)$ (dBm).

4.12. Back-off (II)

Sea un amplificador no lineal, caracterizado por la relación polinómica entre la entrada y la salida: $v_s = 10 \cdot v_e + 1 \cdot v_e^2 - 0,5 \cdot v_e^3$. La carga de trabajo es $R = 50 \Omega$. Se trabaja con un back-off a la entrada (IBO), respecto al P1dB, de 3 dB. Calcule la amplitud de la senoide a la entrada, A_{IBO} (V).

4.13. Back-off (III)

Sea un amplificador no lineal, caracterizado por la relación polinómica entre la entrada y la salida: $v_s = 10 \cdot v_e + 1 \cdot v_e^2 - 0,5 \cdot v_e^3$. La carga de trabajo es $R = 50 \Omega$. Se trabaja con un back-off a la entrada (IBO), respecto al P1dB, de 3 dB. Calcule la ganancia para el fundamental, G_{IBO} (dB).

4.14. Distorsión no lineal, entrada 2 sinusoides (I)

Sea un amplificador no lineal, caracterizado por la relación polinómica entre la entrada y la salida: $v_s = 10 \cdot v_e + 1 \cdot v_e^2 - 0,5 \cdot v_e^3$. La carga de trabajo es $R = 50 \Omega$. A la entrada del amplificador se inyecta la suma de dos sinusoides con frecuencias diferentes (f_1 y f_2) pero con igual amplitud. La potencia de la señal suma es $p_{eT} = 0,02$ W. Calcule la amplitud (valor de pico) de cada una de las sinusoides inyectadas, A_e (V).

4.15. Distorsión no lineal, entrada 2 sinusoides (II)

Sea un amplificador no lineal, caracterizado por la relación polinómica entre la entrada y la salida: $v_s = 10 \cdot v_e + 1 \cdot v_e^2 - 0,5 \cdot v_e^3$. La carga de trabajo es $R = 50 \Omega$. A la entrada del amplificador se inyecta la suma de dos sinusoides con frecuencias diferentes (f_1 y f_2) pero con igual amplitud. La potencia de la señal suma es $p_{eT} = 0,02$ W. Calcule la potencia a la salida de uno de los fundamentales, P_s (dBm).

4.16. Distorsión no lineal, entrada 2 sinusoides (III)

Sea un amplificador no lineal, caracterizado por la relación polinómica entre la entrada y la salida: $v_s = 10 \cdot v_e + 1 \cdot v_e^2 - 0,5 \cdot v_e^3$. La carga de trabajo es $R = 50 \Omega$. A la entrada del amplificador se inyecta la suma de dos sinusoides con frecuencias diferentes (f_1 y f_2) pero con igual amplitud. La potencia de la señal suma es $p_{eT} = 0,02$ W. Calcule la potencia a la salida del batido de tercer orden situado en $2f_1 - f_2$, P_{s3} (dBm).

4.17. Pto. de intermodulación de tercer orden (I)

Sea un amplificador no lineal, caracterizado por la relación polinómica entre la entrada y la salida: $v_s = 10 \cdot v_e + 1 \cdot v_e^2 - 0,5 \cdot v_e^3$. La carga de trabajo es $R = 50 \Omega$. A la entrada del amplificador se inyecta la suma de dos sinusoides con frecuencias diferentes (f_1 y f_2) pero con igual amplitud. Calcule la amplitud a la entrada de una de las sinusoides, A (V), cuando se trabaja en el punto de intermodulación de tercer orden.

4.18. Pto. de intermodulación de tercer orden (II)

Sea un amplificador no lineal, caracterizado por la relación polinómica entre la entrada y la salida: $v_s = 10 \cdot v_e + 1 \cdot v_e^2 - 0,5 \cdot v_e^3$. La carga de trabajo es $R = 50 \Omega$. A la entrada del amplificador se inyecta la suma de dos sinusoides con frecuencias diferentes (f_1 y f_2) pero con igual amplitud. Calcule la potencia a la entrada de una de las sinusoides, $P_e(IP3)$ (dBm), cuando se trabaja en el punto de intermodulación de tercer orden.

4.19. Pto. de intermodulación de tercer orden (III)

Sea un amplificador no lineal, caracterizado por la relación polinómica entre la entrada y la salida: $v_s = 10 \cdot v_e + 1 \cdot v_e^2 - 0,5 \cdot v_e^3$. La carga de trabajo es $R = 50 \Omega$. A la entrada del amplificador se inyecta la suma de dos sinusoides con frecuencias diferentes (f_1 y f_2) pero con igual amplitud. Calcule la potencia a la salida de un batido de tercer orden, $P_{s3}(IP3)$ (dBm), cuando se trabaja en el punto de intermodulación de tercer orden.

Capítulo 5

Modulaciones analógicas

5.1. Parámetros de AM (I)

Datos de una señal AM modulada por un tono: a) la envolvente varía entre 5 y 15 V; b) entre la potencia de la portadora sola y la potencia de una banda lateral hay un salto de 12 dB; c) el filtro para la señal modulada tiene como frecuencias de corte 295 y 305 kHz. Calcule el valor medio de la envolvente, $A(V)$.

5.2. Parámetros de AM (II)

Datos de una señal AM modulada por un tono: a) la envolvente varía entre 5 y 15 V; b) entre la potencia de la portadora sola y la potencia de una banda lateral hay un salto de 12 dB; c) el filtro para la señal modulada tiene como frecuencias de corte 295 y 305 kHz. A partir del salto de potencia, calcule el índice de modulación, m (tanto por 1) y m (%).

5.3. Parámetros de AM (III)

Datos de una señal AM modulada por un tono: a) la envolvente varía entre 5 y 15 V; b) entre la potencia de la portadora sola y la potencia de una banda lateral hay un salto de 12 dB; c) el filtro para la señal modulada tiene como frecuencias de corte 295 y 305 kHz. Calcule la frecuencia de la portadora, $f_c(\text{kHz})$, y la frecuencia del tono modulador, $f_m(\text{kHz})$.

5.4. Parámetros de AM (IV)

Datos de una señal AM modulada por un tono: a) la envolvente varía entre 5 y 15 V; b) entre la potencia de la portadora sola y la potencia de una banda lateral hay un salto de 12 dB; c) el filtro para la señal modulada tiene como frecuencias de corte 295 y 305 kHz. Escriba la forma analítica canónica de la señal AM (en V, para t en segundos). Suponga que el tono modulador es un coseno, y los desfases fijos son nulos.

5.5. Potencias de AM (I)

Sea la señal AM: $y(t) = 10[1 + 0,8 \cdot \cos(2\pi 1000 t)] \cos(2\pi 20000 t)$, en V para t en s. Calcule la potencia de portadora sola, $p_c(\text{W})$ y $P_c(\text{dBm})$. Tome $R = 50 \Omega$.

5.6. Potencias de AM (II)

Sea la señal AM: $y(t) = 10[1 + 0,8 \cdot \cos(2\pi 1000 t)] \cos(2\pi 20000 t)$, en V para t en s. Calcule el valor cuadrático medio de la señal moduladora normalizada, $\langle x_n^2 \rangle (\text{V}^2)$.

5.7. Potencias de AM (III)

Sea la señal AM: $y(t) = 10[1 + 0,8 \cdot \cos(2\pi 1000 t)] \cos(2\pi 20000 t)$, en V para t en s. Calcule la potencia de 1 banda lateral, en unidades naturales y logarítmicas. Calcule la potencia de las 2 bandas laterales, en unidades naturales y logarítmicas. Tome $R = 50 \Omega$.

5.8. Potencias de AM (IV)

Sea la señal AM: $y(t) = 10[1 + 0,8 \cdot \cos(2\pi 1000 t)] \cos(2\pi 20000 t)$, en V para t en s. Calcule la potencia total de la señal AM, $p_y(\text{W})$ y $P_y(\text{dBm})$. Tome $R = 50 \Omega$.

5.9. Potencias de AM (V)

Sea la señal AM: $y(t) = 10[1 + 0,8 \cdot \cos(2\pi 1000 t)] \cos(2\pi 20000 t)$, en V para t en s. Calcule el rendimiento frente a la portadora, $\eta(\%)$.

5.10. Potencias de AM (VI)

Sea la señal AM: $y(t) = 10[1 + 0,8 \cdot \cos(2\pi 1000 t)] \cos(2\pi 20000 t)$, en V para t en s. Calcule la potencia equivalente de pico, $PEP(\text{W})$ y $PEP(\text{dBm})$. Tome $R = 50 \Omega$.

5.11. Parámetros de DBL

Sea la señal DBL: $y(t) = 10 \cos(2\pi 1000 t) \cos(2\pi 20000 t)$, en V para t en s. Identifique todos los parámetros de la señal (A_t , f_c y f_m).

5.12. Potencias de DBL (I)

Sea la señal DBL: $y(t) = 10 \cos(2\pi 1000 t) \cos(2\pi 20000 t)$, en V para t en s. Calcule la potencia media total, $p_y(\text{W})$ y $P_y(\text{dBm})$. Tome $R = 50 \Omega$.

5.13. Potencias de DBL (II)

Sea la señal DBL: $y(t) = 10 \cos(2\pi 1000 t) \cos(2\pi 20000 t)$, en V para t en s. Calcule la potencia de la banda lateral inferior, $p_{BLi}(\text{W})$ y $P_{BLi}(\text{dBm})$. Tome $R = 50 \Omega$.

5.14. Potencias de DBL (III)

Sea la señal DBL: $y(t) = 10 \cos(2\pi 1000 t) \cos(2\pi 20000 t)$, en V para t en s. Calcule la potencia equivalente de pico, $PEP(\text{W})$ y $PEP(\text{dBm})$. Tome $R = 50 \Omega$.

5.15. Parámetros de BLU (I)

Sea la señal BLUs: $y(t) = 10 \cos(2\pi 21000 t)$, en V para t en s. La portadora vale $f_c = 20000 \text{ Hz}$, y la BLUs se ha obtenido filtrando (filtro ideal sin pérdidas) una señal DBL. Calcule la frecuencia del tono modulador, $f_m(\text{Hz})$.

5.16. Parámetros de BLU (II)

Sea la señal BLUs: $y(t) = 10 \cos(2\pi 21000 t)$, en V para t en s. La portadora vale $f_c = 20000 \text{ Hz}$, y la BLUs se ha obtenido filtrando (filtro ideal sin pérdidas) una señal DBL. Calcule la amplitud, $A_t(\text{V})$, de la señal DBL inicial.

5.17. Potencias de BLU (I)

Sea la señal BLUs: $y(t) = 10 \cos(2\pi 21000 t)$, en V para t en s. Calcule la potencia media total, $p_y(\text{W})$ y $P_y(\text{dBm})$. Tome $R = 50 \Omega$.

5.18. Potencias de BLU (II)

Sea la señal BLUs: $y(t) = 10 \cos(2\pi 21000 t)$, en V para t en s. Calcule la potencia equivalente de pico, $PEP(\text{W})$ y $PEP(\text{dBm})$. Tome $R = 50 \Omega$.

5.19. Calidad AM (I)

Sea un RX coherente de AM. Datos: índice de modulación $m = 0,5$; valor cuadrático medio de la moduladora normalizada $\langle x_n^2 \rangle = 0,1$; ancho de banda de la moduladora $W = 5$ kHz; densidad espectral total de ruido unilateral a la entrada $N_0 = 10^{-15}$ W/Hz; potencia media recibida de señal modulada $p_R = 1$ nW. Explique los parámetros y características de los filtros de pre- y postdetección.

5.20. Calidad AM (II)

Sea un RX coherente de AM. Datos: índice de modulación $m = 0,5$; valor cuadrático medio de la moduladora normalizada $\langle x_n^2 \rangle = 0,1$; ancho de banda de la moduladora $W = 5$ kHz; densidad espectral total de ruido unilateral a la entrada $N_0 = 10^{-15}$ W/Hz; potencia media recibida de señal modulada $p_R = 1$ nW. Calcule el valor del parámetro z , en unidades naturales y logarítmicas.

5.21. Calidad AM (III)

Sea un RX coherente de AM. Datos: índice de modulación $m = 0,5$; valor cuadrático medio de la moduladora normalizada $\langle x_n^2 \rangle = 0,1$; ancho de banda de la moduladora $W = 5$ kHz; densidad espectral total de ruido unilateral a la entrada $N_0 = 10^{-15}$ W/Hz; potencia media recibida de señal modulada $p_R = 1$ nW. Calcule la calidad equivalente a la entrada del demodulador, $(s/n)_e(\text{v.p.})$ y $(S/N)_e(\text{dB})$.

5.22. Calidad AM (IV)

Sea un RX coherente de AM. Datos: índice de modulación $m = 0,5$; valor cuadrático medio de la moduladora normalizada $\langle x_n^2 \rangle = 0,1$; ancho de banda de la moduladora $W = 5$ kHz; densidad espectral total de ruido unilateral a la entrada $N_0 = 10^{-15}$ W/Hz; potencia media recibida de señal modulada $p_R = 1$ nW. Calcule la ganancia de demodulación, en unidades naturales y logarítmicas.

5.23. Calidad AM (V)

Sea un RX coherente de AM. Datos: índice de modulación $m = 0,5$; valor cuadrático medio de la moduladora normalizada $\langle x_n^2 \rangle = 0,1$; ancho de banda de la moduladora $W = 5$ kHz; densidad espectral total de ruido unilateral a la entrada $N_0 = 10^{-15}$ W/Hz; potencia media recibida de señal modulada $p_R = 1$ nW. Calcule la calidad a la salida del demodulador (calidad final), $(s/n)_s(\text{v.p.})$ y $(S/N)_s(\text{dB})$.

5.24. Calidad DBL (I)

Sea un RX coherente de DBL. Datos: valor cuadrático medio de la moduladora normalizada $\langle x_n^2 \rangle = 0,1$; ancho de banda de la moduladora $W = 5$ kHz; densidad espectral total de ruido unilateral a la entrada $N_0 = 10^{-15}$ W/Hz; potencia media recibida de señal modulada $p_R = 1$ nW. Calcule el valor del parámetro z , en unidades naturales y logarítmicas.

5.25. Calidad DBL (II)

Sea un RX coherente de DBL. Datos: valor cuadrático medio de la moduladora normalizada $\langle x_n^2 \rangle = 0,1$; ancho de banda de la moduladora $W = 5$ kHz; densidad espectral total de ruido unilateral a la entrada $N_0 = 10^{-15}$ W/Hz; potencia media recibida de señal modulada $p_R = 1$ nW. Calcule la calidad equivalente a la entrada del demodulador, $(s/n)_e(\text{v.p.})$ y $(S/N)_e(\text{dB})$.

5.26. Calidad DBL (III)

Sea un RX coherente de DBL. Datos: valor cuadrático medio de la moduladora normalizada $\langle x_n^2 \rangle = 0,1$; ancho de banda de la moduladora $W = 5$ kHz; densidad espectral total de ruido unilateral a la entrada $N_0 = 10^{-15}$ W/Hz; potencia media recibida de señal modulada $p_R = 1$ nW. Calcule la ganancia de demodulación, en unidades naturales y logarítmicas.

5.27. Calidad DBL (IV)

Sea un RX coherente de DBL. Datos: valor cuadrático medio de la moduladora normalizada $\langle x_n^2 \rangle = 0,1$; ancho de banda de la moduladora $W = 5$ kHz; densidad espectral total de ruido unilateral a la entrada $N_0 = 10^{-15}$ W/Hz; potencia media recibida de señal modulada $p_R = 1$ nW. Calcule la calidad a la salida del demodulador, $(s/n)_s(\text{v.p.})$ y $(S/N)_s(\text{dB})$.

5.28. Calidad BLU (I)

Sea un RX coherente de BLUi. Datos: moduladora sinusoidal; frecuencia moduladora $f_m = 5$ kHz; densidad espectral total de ruido unilateral a la entrada $N_0 = 10^{-15}$ W/Hz; potencia media recibida de señal modulada $p_R = 1$ nW. Indique cuál es el ancho de banda de los filtros de pre- y postdetección.

5.29. Calidad BLU (II)

Sea un RX coherente de BLUi. Datos: moduladora sinusoidal; frecuencia moduladora $f_m = 5$ kHz; densidad espectral total de ruido unilateral a la entrada $N_0 = 10^{-15}$ W/Hz; potencia media recibida de señal modulada $p_R = 1$ nW. Calcule el valor del parámetro z , en unidades naturales y logarítmicas.

5.30. Calidad BLU (III)

Sea un RX coherente de BLUi. Datos: moduladora sinusoidal; frecuencia moduladora $f_m = 5$ kHz; densidad espectral total de ruido unilateral a la entrada $N_0 = 10^{-15}$ W/Hz; potencia media recibida de señal modulada $p_R = 1$ nW. Calcule la calidad equivalente a la entrada del demodulador, $(s/n)_e(\text{v.p.})$ y $(S/N)_e(\text{dB})$.

5.31. Calidad BLU (IV)

Sea un RX coherente de BLUi. Datos: moduladora sinusoidal; frecuencia moduladora $f_m = 5$ kHz; densidad espectral total de ruido unilateral a la entrada $N_0 = 10^{-15}$ W/Hz; potencia media recibida de señal modulada $p_R = 1$ nW. Calcule la ganancia de demodulación, en unidades naturales y logarítmicas.

5.32. Calidad BLU (V)

Sea un RX coherente de BLUi. Datos: moduladora sinusoidal; frecuencia moduladora $f_m = 5$ kHz; densidad espectral total de ruido unilateral a la entrada $N_0 = 10^{-15}$ W/Hz; potencia media recibida de señal modulada $p_R = 1$ nW. Calcule la calidad a la salida del demodulador, $(s/n)_s(\text{v.p.})$ y $(S/N)_s(\text{dB})$.

5.33. Parámetros de FM (I)

Datos de una señal FM modulada por un tono: a) moduladora coseno, con frecuencia $f_m = 5$ kHz; b) frecuencia portadora $f_c = 100$ MHz; c) desviación máxima de frecuencia $\Delta f = 50$ kHz; d) potencia equivalente de pico de la señal modulada $PEP = 0,01$ W; e) carga $R = 50 \Omega$. Calcule el valor de pico de la señal modulada, $A(V)$.

5.34. Parámetros de FM (II)

Datos de una señal FM modulada por un tono: a) moduladora coseno, con frecuencia $f_m = 5$ kHz; b) frecuencia portadora $f_c = 100$ MHz; c) desviación máxima de frecuencia $\Delta f = 50$ kHz; d) potencia equivalente de pico de la señal modulada $PEP = 0,01$ W; e) carga $R = 50 \Omega$. Calcule el índice de modulación, β .

5.35. Parámetros de FM (III)

Datos de una señal FM modulada por un tono: a) moduladora coseno, con frecuencia $f_m = 5$ kHz; b) frecuencia portadora $f_c = 100$ MHz; c) desviación máxima de frecuencia $\Delta f = 50$ kHz; d) potencia equivalente de pico de la señal modulada $PEP = 0,01$ W; e) carga $R = 50 \Omega$. Calcule el ancho de banda de la señal modulada (de Carson), $B_c(\text{kHz})$.

5.36. Parámetros de FM (IV)

Datos de una señal FM modulada por un tono: a) moduladora coseno, con frecuencia $f_m = 5$ kHz; b) frecuencia portadora $f_c = 100$ MHz; c) desviación máxima de frecuencia $\Delta f = 50$ kHz; d) potencia equivalente de pico de la señal modulada $PEP = 0,01$ W; e) carga $R = 50 \Omega$. Calcule los valores máximo y mínimo de la frecuencia instantánea.

5.37. Parámetros de FM (V)

Datos de una señal FM modulada por un tono: a) moduladora coseno, con frecuencia $f_m = 5$ kHz; b) frecuencia portadora $f_c = 100$ MHz; c) desviación máxima de frecuencia $\Delta f = 50$ kHz; d) potencia equivalente de pico de la señal modulada $PEP = 0,01$ W; e) carga $R = 50 \Omega$. Escriba la forma canónica de la señal modulada, sustituyendo todos los parámetros por sus valores. Debe partir de la expresión general con la integral de la moduladora.

5.38. Parámetros de FM (VI)

Datos de una señal FM modulada por un tono: a) moduladora coseno, con frecuencia $f_m = 5$ kHz; b) frecuencia portadora $f_c = 100$ MHz; c) desviación máxima de frecuencia $\Delta f = 50$ kHz; d) potencia equivalente de pico de la señal modulada $PEP = 0,01$ W; e) carga $R = 50 \Omega$. Escriba la forma canónica de la señal modulada, sustituyendo todos los parámetros por sus valores. Debe partir de la expresión específica para FM modulada por un tono.

5.39. Funciones de Bessel (I)

Sea una señal FM: $y(t) = 1 \cos [2\pi 10^7 t + 1 \sin(2\pi 5000 t)]$. La carga vale $R = 50 \Omega$. Indique sus parámetros (A , p_y , f_c , f_m , β , Δf , B_c).

5.40. Funciones de Bessel (II)

Sea una señal FM: $y(t) = 1 \cos [2\pi 10^7 t + 1 \sin(2\pi 5000 t)]$. La carga vale $R = 50 \Omega$. Dibuje su d.e.p. unilateral (con alturas aproximadas). Sitúe f_c y f_m .

5.41. Funciones de Bessel (III)

Sea una señal FM: $y(t) = 1 \cos [2\pi 10^7 t + 1 \sin(2\pi 5000 t)]$. La carga vale $R = 50 \Omega$. Calcule los siguientes valores de las funciones de Bessel de primera especie: $J_0(1)$, $J_1(1)$, $J_{-1}(1)$, $J_2(1)$ y $J_{-2}(1)$.

5.42. Funciones de Bessel (IV)

Sea una señal FM: $y(t) = 1 \cos [2\pi 10^7 t + 1 \sin(2\pi 5000 t)]$. La carga vale $R = 50 \Omega$. Calcule la altura (potencia en W) que corresponde a cada línea espectral de la d.e.p. unilateral.

5.43. Funciones de Bessel (V)

Sea una señal FM: $y(t) = 1 \cos [2\pi 10^7 t + 1 \sin(2\pi 5000 t)]$. La carga vale $R = 50 \Omega$. Calcule la potencia contenida en B_c .

5.44. Funciones de Bessel (VI)

Sea una señal FM: $y(t) = 1 \cos [2\pi 10^7 t + 1 \sin(2\pi 5000 t)]$. La carga vale $R = 50 \Omega$. Calcule qué porcentaje de la potencia total, p_y , está contenido en B_c .

5.45. Multiplicador de frecuencia

Sea una señal FM: $y(t) = 1 \cos [2\pi 10^7 t + 1 \sin(2\pi 5000 t)]$. La carga vale $R = 50 \Omega$. La señal pasa por un multiplicador de frecuencia $\times 20$. Calcule los cambios que se producen en los parámetros de la señal FM.

5.46. Calidad FM (I)

Sea un RX de FM por conversión en AM. Datos: a) potencia media recibida de señal modulada $p_R = 10 \text{ nW}$; ancho de banda de la moduladora $W = 5 \text{ kHz}$; valor cuadrático medio de la moduladora normalizada $\langle x_n^2 \rangle = 0,1$; desviación máxima de frecuencia $\Delta f = 50 \text{ kHz}$; frecuencia de corte de los filtros de pre-deénfasis $f_{cc} = 500 \text{ Hz}$; d.e.p. de ruido total unilateral a la entrada del demodulador $N_0 = 10^{-15} \text{ W/Hz}$. Calcule la z con la que trabaja el sistema, en unidades naturales y logarítmicas.

5.47. Calidad FM (II)

Sea un RX de FM por conversión en AM. Datos: a) potencia media recibida de señal modulada $p_R = 10 \text{ nW}$; ancho de banda de la moduladora $W = 5 \text{ kHz}$; valor cuadrático medio de la moduladora normalizada $\langle x_n^2 \rangle = 0,1$; desviación máxima de frecuencia $\Delta f = 50 \text{ kHz}$; frecuencia de corte de los filtros de pre-deénfasis $f_{cc} = 500 \text{ Hz}$; d.e.p. de ruido total unilateral a la entrada del demodulador $N_0 = 10^{-15} \text{ W/Hz}$. Calcule la calidad equivalente a la entrada del demodulador, en unidades naturales y logarítmicas.

5.48. Calidad FM (III)

Sea un RX de FM por conversión en AM. Datos: a) potencia media recibida de señal modulada $p_R = 10 \text{ nW}$; valor cuadrático medio de la moduladora normalizada $\langle x_n^2 \rangle = 0,1$; desviación máxima de frecuencia $\Delta f = 50 \text{ kHz}$; frecuencia de corte de los filtros de pre-deénfasis $f_{cc} = 500 \text{ Hz}$; d.e.p. de ruido total unilateral a la entrada del demodulador $N_0 = 10^{-15} \text{ W/Hz}$. Calcule el valor de la z umbral, en unidades naturales y logarítmicas.

5.49. Calidad FM (IV)

Sea un RX de FM por conversión en AM. Datos: a) potencia media recibida de señal modulada $p_R = 10$ nW; ancho de banda de la moduladora $W = 5$ kHz; valor cuadrático medio de la moduladora normalizada $\langle x_n^2 \rangle = 0,1$; desviación máxima de frecuencia $\Delta f = 50$ kHz; frecuencia de corte de los filtros de pre-deénfasis $f_{cc} = 500$ Hz; d.e.p. de ruido total unilateral a la entrada del demodulador $N_0 = 10^{-15}$ W/Hz. Calcule la mejora por pre-deénfasis, en unidades naturales y logarítmicas.

5.50. Calidad FM (V)

Sea un RX de FM por conversión en AM. Datos: a) potencia media recibida de señal modulada $p_R = 10$ nW; ancho de banda de la moduladora $W = 5$ kHz; valor cuadrático medio de la moduladora normalizada $\langle x_n^2 \rangle = 0,1$; desviación máxima de frecuencia $\Delta f = 50$ kHz; frecuencia de corte de los filtros de pre-deénfasis $f_{cc} = 500$ Hz; d.e.p. de ruido total unilateral a la entrada del demodulador $N_0 = 10^{-15}$ W/Hz. Calcule la calidad a la salida del demodulador (calidad final), en unidades naturales y logarítmicas.

5.51. Calidad FM (VI)

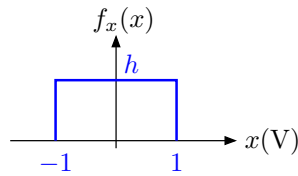
Sea un RX de FM por conversión en AM. Datos: a) potencia media recibida de señal modulada $p_R = 1$ nW (¡ojo!); ancho de banda de la moduladora $W = 5$ kHz; valor cuadrático medio de la moduladora normalizada $\langle x_n^2 \rangle = 0,1$; desviación máxima de frecuencia $\Delta f = 50$ kHz; frecuencia de corte de los filtros de pre-deénfasis $f_{cc} = 500$ Hz; d.e.p. de ruido total unilateral a la entrada del demodulador $N_0 = 10^{-15}$ W/Hz. Para la nueva potencia de señal recibida, calcule todos los parámetros de los 5 EB anteriores.

Capítulo 6

Conversión A/D. MIC

6.1. Señal definida por f.d.p. (I)

Sea una señal $x(V)$, definida por su función densidad de probabilidad, $f_x(x)$, que se observa en la figura. ¿Cuál es su valor de pico, x_p ?



6.2. Señal definida por f.d.p. (II)

Sea una señal $x(V)$, definida por su función densidad de probabilidad, $f_x(x)$, que se observa en la figura anterior. Calcule la altura, h , del rectángulo que forma la f.d.p.

6.3. Señal definida por f.d.p. (III)

Sea una señal $x(V)$, definida por su función densidad de probabilidad, $f_x(x)$, que se observa en la figura anterior. Calcule el valor medio de la señal, $\langle x \rangle(V)$.

6.4. Señal definida por f.d.p. (IV)

Sea una señal $x(V)$, definida por su función densidad de probabilidad, $f_x(x)$, que se observa en la figura anterior. Calcule el valor cuadrático medio de la señal, $\langle x^2 \rangle(V^2)$.

6.5. Señal definida por f.d.p. (V)

Sea una señal $x(V)$, definida por su función densidad de probabilidad, $f_x(x)$, que se observa en la figura anterior. Calcule el valor eficaz de la señal, $x_{ef}(V)$.

6.6. Señal definida por f.d.p. (VI)

Sea una señal $x(V)$, definida por su función densidad de probabilidad, $f_x(x)$, que se observa en la figura anterior. Calcule la potencia que desarrolla la señal sobre una carga de 50Ω .

6.7. MIC: muestreo y regímenes (I)

Sea un sistema tipo MIC, para transmitir digitalmente una señal analógica. Datos: a) recibe una señal vocal, $x(t)$, con un ancho de banda de 10 kHz; b) se filtra antialiasing a 4 kHz; c) se muestrea a 1,2 veces la frecuencia de Nyquist; d) cada muestra se codifica con 8 bits; e) se transmite en banda base mediante un codificador de línea con 4 símbolos diferentes. Calcule la frecuencia mínima, según el Teorema del Muestreo, para no perder información.

6.8. MIC: muestreo y regímenes (II)

Sea un sistema tipo MIC, para transmitir digitalmente una señal analógica. Datos: a) recibe una señal vocal, $x(t)$, con un ancho de banda de 10 kHz; b) se filtra antialiasing a 4 kHz; c) se muestrea a 1,2 veces la frecuencia de Nyquist; d) cada muestra se codifica con 8 bits; e) se transmite en banda base mediante un codificador de línea con 4 símbolos diferentes. Calcule la frecuencia a la que muestrea el sistema.

6.9. MIC: muestreo y regímenes (III)

Sea un sistema tipo MIC, para transmitir digitalmente una señal analógica. Datos: a) recibe una señal vocal, $x(t)$, con un ancho de banda de 10 kHz; b) se filtra antialiasing a 4 kHz; c) se muestrea a 1,2 veces la frecuencia de Nyquist; d) cada muestra se codifica con 8 bits; e) se transmite en banda base mediante un codificador de línea con 4 símbolos diferentes. Calcule el régimen binario que entrega el MIC (una única conversación, en un sentido).

6.10. MIC: muestreo y regímenes (IV)

Sea un sistema tipo MIC, para transmitir digitalmente una señal analógica. Datos: a) recibe una señal vocal, $x(t)$, con un ancho de banda de 10 kHz; b) se filtra antialiasing a 4 kHz; c) se muestrea a 1,2 veces la frecuencia de Nyquist; d) cada muestra se codifica con 8 bits; e) se transmite en banda base mediante un codificador de línea con 4 símbolos diferentes. Calcule el régimen simbólico que se transmite por la línea.

6.11. Trama MIC (I)

Sea un sistema tipo MIC. Datos: a) $f_m = 9,6$ kHz; b) $n = 8$ bits/muestra; c) la trama está formada por 10 canales vocales más 1 de señalización y control; d) el canal de señalización y control se sitúa en la parte central de la trama, y tiene 6 bits. Calcule el tiempo de la trama MIC.

6.12. Trama MIC (II)

Sea un sistema tipo MIC. Datos: a) $f_m = 9,6$ kHz; b) $n = 8$ bits/muestra; c) la trama está formada por 10 canales vocales más 1 de señalización y control; d) el canal de señalización y control se sitúa en la parte central de la trama, y tiene 6 bits. Calcule el número total de bits de la trama. Dibuje la trama.

6.13. Trama MIC (III)

Sea un sistema tipo MIC. Datos: a) $f_m = 9,6$ kHz; b) $n = 8$ bits/muestra; c) la trama está formada por 10 canales vocales más 1 de señalización y control; d) el canal de señalización y control se sitúa en la parte central de la trama, y tiene 6 bits. Calcule el régimen binario del MIC.

6.14. Procesado de una muestra (I)

Sea un sistema MIC europeo. Datos: a) muestra $x = -1$ V; b) $x_p = 2$ V; c) $n = 8$ bits/muestra; d) compansión con Ley A ($A = 70$); e) sobrecarga del cuantificador $x_{sc} = \pm 2$ V. Calcule el tamaño del escalón, $\Delta(V)$.

6.15. Procesado de una muestra (II)

Sea un sistema MIC europeo. Datos: a) muestra $x = -1$ V; b) $x_p = 2$ V; c) $n = 8$ bits/muestra; d) compansión con Ley A ($A = 70$); e) sobrecarga del cuantificador $x_{sc} = \pm 2$ V. En el transmisor, calcule el valor de la muestra comprimida, $C(x)(V)$.

6.16. Procesado de una muestra (III)

Sea un sistema MIC europeo. Datos: a) muestra $x = -1$ V; b) $x_p = 2$ V; c) $n = 8$ bits/muestra; d) compansión con Ley A ($A = 70$); e) sobrecarga del cuantificador $x_{sc} = \pm 2$ V. En el transmisor, calcule el escalón de cuantificación que corresponde a la muestra comprimida.

6.17. Procesado de una muestra (IV)

Sea un sistema MIC europeo. Datos: a) muestra $x = -1$ V; b) $x_p = 2$ V; c) $n = 8$ bits/muestra; d) compansión con Ley A ($A = 70$); e) sobrecarga del cuantificador $x_{sc} = \pm 2$ V. En el transmisor, calcule la palabra binaria que corresponde a la muestra comprimida y cuantificada. (La codificación es binaria simétrica.)

6.18. Procesado de una muestra (V)

Sea un sistema MIC europeo. Datos: a) muestra $x = -1$ V; b) $x_p = 2$ V; c) $n = 8$ bits/muestra; d) compansión con Ley A ($A = 70$); e) sobrecarga del cuantificador $x_{sc} = \pm 2$ V. En el receptor, calcule el valor de reconstrucción, en voltios, de la palabra binaria. (Suponga que no ha habido errores en la transmisión.)

6.19. Procesado de una muestra (VI)

Sea un sistema MIC europeo. Datos: a) muestra $x = -1$ V; b) $x_p = 2$ V; c) $n = 8$ bits/muestra; d) compansión con Ley A ($A = 70$); e) sobrecarga del cuantificador $x_{sc} = \pm 2$ V. En el receptor, calcule el valor expandido, en voltios, de la palabra binaria reconstruida.

6.20. Procesado de una muestra (VII)

Sea un sistema MIC europeo. Datos: a) muestra $x = -1$ V; b) $x_p = 2$ V; c) $n = 8$ bits/muestra; d) compansión con Ley A ($A = 70$); e) sobrecarga del cuantificador $x_{sc} = \pm 2$ V. Calcule el error del sistema, $q(V)$, para la muestra bajo estudio.

6.21. Calidad MIC (I)

Sea un sistema MIC. Datos: a) $L = 512$ niveles; b) sobrecarga $x_{sc} = \pm 1$ V; c) compansión Ley A ($A = 87,6$); d) señal de entrada $x = 0,5 \cos(2\pi f_0 t)$, en V para t en s; e) carga $R = 1 \Omega$. Calcule la potencia de ruido de cuantificación, $p_q(W)$.

6.22. Calidad MIC (II)

Sea un sistema MIC. Datos: a) $L = 512$ niveles; b) sobrecarga $x_{sc} = \pm 1$ V; c) compansión Ley A ($A = 87,6$); d) señal de entrada $x = 0,5 \cos(2\pi f_0 t)$, en V para t en s; e) carga $R = 1 \Omega$. Calcule la potencia de señal deseada, $p_x(W)$.

6.23. Calidad MIC (III)

Sea un sistema MIC. Datos: a) $L = 512$ niveles; b) sobrecarga $x_{sc} = \pm 1$ V; c) compansión Ley A ($A = 87,6$); d) señal de entrada $x = 0,5 \cos(2\pi f_0 t)$, en V para t en s; e) carga $R = 1 \Omega$. Calcule la ganancia de compansión, $g_c(v.p.)$ y $G_c(dB)$.

6.24. Calidad MIC (IV)

Sea un sistema MIC. Datos: a) $L = 512$ niveles; b) sobrecarga $x_{sc} = \pm 1$ V; c) compansión Ley A ($A = 87,6$); d) señal de entrada $x = 0,5 \cos(2\pi f_0 t)$, en V para t en s; e) carga $R = 1 \Omega$. A partir de los 3 resultados anteriores, calcule la calidad $(s/n)_q$, en unidades naturales y logarítmicas.

6.25. Calidad MIC (V)

Sea un sistema MIC. Datos: a) $L = 512$ niveles; b) sobrecarga $x_{sc} = \pm 1$ V; c) compansión Ley A ($A = 87,6$); d) señal de entrada $x = 0,5 \cos(2\pi f_0 t)$, en V para t en s; e) carga $R = 1 \Omega$. Usando la fórmula en unidades logarítmicas, calcule la calidad, $(S/N)_q(dB)$.

Capítulo 7

TX digital BB filtrada

7.1. Criterio de Nyquist (I)

Sea un sistema digital BB, con filtrado ideal. Datos: a) régimen binario de entrada $R_b = 200$ Mbps; b) codificador de línea de $M = 4$ símbolos; c) régimen simbólico $R_s = 100$ Mbaudios. Calcule el ancho de banda mínimo para transmitir sin interferencia intersimbólica.

7.2. Criterio de Nyquist (II)

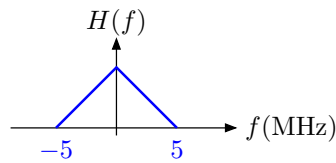
Sea un sistema digital BB, con filtrado ideal. Datos: a) régimen binario de entrada $R_b = 200$ Mbps; b) codificador de línea de $M = 4$ símbolos; c) régimen simbólico $R_s = 100$ Mbaudios. Transmitiendo por el canal de Nyquist calculado en el EB anterior, razone si los siguientes regímenes simbólicos tendrán o no IIS: $R_{s1} = 120$ Mbaudios; $R_{s2} = 50$ Mbaudios; $R_{s3} = 8$ Mbaudios.

7.3. Criterio de Nyquist (III)

Sea un sistema digital BB. Datos: a) régimen binario de entrada $R_b = 200$ Mbps; b) codificador de línea de $M = 4$ símbolos; c) régimen simbólico $R_s = 100$ Mbaudios; d) filtrado en coseno alzado, con $\alpha = 0,5$. Calcule el ancho de banda que requiere la transmisión.

7.4. Criterio de Nyquist en f

Sea un sistema digital BB, con filtrado ideal. En la figura se observa la transferencia del canal. Empleando el Criterio de Nyquist en el dominio de la frecuencia, razone si los siguientes regímenes simbólicos tendrán o no IIS: $R_{s1} = 12,5$ Mbaudios; $R_{s2} = 7,5$ Mbaudios; $R_{s3} = 5$ Mbaudios; $R_{s4} = 4$ Mbaudios; $R_{s5} = 2,5$ Mbaudios.



7.5. Criterio de Nyquist vs. Teorema del Muestreo (I)

Una señal analógica con ancho de banda 4 kHz se muestrea a la frecuencia de Nyquist. Cada muestra se codifica con 8 bits, formando una trama con ese único canal. La transmisión digital banda base se realiza con un codificador de línea binario, por un canal con filtrado ideal. Identifique y/o calcule los parámetros de la conversión A/D: ancho de banda de la señal analógica; frecuencia de muestreo; régimen binario generado.

7.6. Criterio de Nyquist vs. Teorema del Muestreo (II)

Una señal analógica con ancho de banda 4 kHz se muestrea a la frecuencia de Nyquist. Cada muestra se codifica con 8 bits, formando una trama con ese único canal. La transmisión digital banda base se realiza con un codificador de línea binario, por un canal con filtrado ideal. Identifique y/o calcule los parámetros de la transmisión digital (sin IIS): régimen simbólico; ancho de banda del canal.

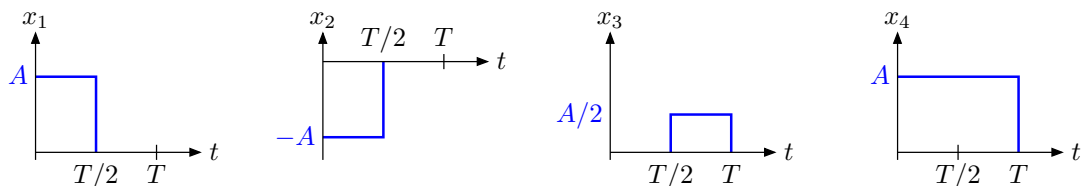
Capítulo 8

TX digital BB con ruido

8.1. Dependencia lineal (I)

Sean los 4 pulsos rectangulares de la figura. Estudie la dependencia lineal de los siguientes grupos de señales (todas las señales de los enunciados están en V para t en s):

- $\{x_1, x_2\}$
- $\{x_1, x_3\}$
- $\{x_1, x_4\}$
- $\{x_1, x_3, x_4\}$



8.2. Dependencia lineal (II)

Sean las 6 sinusoides:

- $x_1 = \cos(2\pi t)$
- $x_2 = -3 \cos(2\pi t)$
- $x_3 = 5 \sin(2\pi t)$
- $x_4 = \cos(2\pi t + \pi/4)$
- $x_5 = 5 \sin(2\pi t + \pi/2)$
- $x_6 = \cos(2\pi 4 t)$

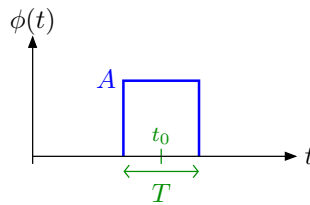
Estudie la dependencia lineal de los siguientes grupos de señales:

- $\{x_1, x_2\}$

- $\{x_1, x_3\}$
- $\{x_1, x_4\}$
- $\{x_1, x_5\}$
- $\{x_1, x_6\}$
- $\{x_1, x_3, x_4\}$

8.3. Normalización en energía (I)

Sea el pulso rectangular, $\phi(t)$, de la figura. Tiene una amplitud $A(V)$ durante un tiempo $T(s)$, y en el resto vale 0 V. La carga de trabajo vale $R(\Omega)$. Normalice el pulso en energía para obtener la señal $\psi(t)$.



8.4. Normalización en energía (II)

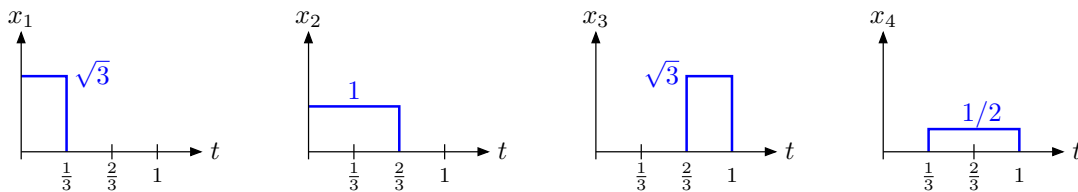
Sea un símbolo $\phi(t) = A \cos(2\pi 10 t)$, para $0 \leq t \leq T$ (en el resto del tiempo vale 0). La carga de trabajo vale $R(\Omega)$. Normalice $\phi(t)$ en energía para obtener la señal $\psi(t)$.

8.5. Normalización en energía (III)

Sea una señal $\phi(t) = A \cos(2\pi 10 t)$, $\forall t$ (es decir: es una senoide definida en todo el eje de tiempos). La carga de trabajo vale $R(\Omega)$. Si es posible, normalice $\phi(t)$ en energía para obtener la señal $\psi(t)$.

8.6. Producto escalar (I)

Sean los 4 pulsos rectangulares de la figura. La carga de trabajo vale $R = 1 \Omega$. Calcule la energía de cada uno de ellos. Indique cuáles están normalizados en energía.



8.7. Producto escalar (II)

Sean los 4 pulsos rectangulares de la figura anterior. La carga de trabajo vale $R = 1 \Omega$. Calcule el producto escalar $\langle x_1, x_1 \rangle$. ¿Son ortogonales x_1 y x_1 ? ¿Son linealmente independientes? Estudie si efectivamente el producto escalar devuelve la proyección de un pulso sobre el otro.

8.8. Producto escalar (III)

Sean los 4 pulsos rectangulares de la figura anterior. La carga de trabajo vale $R = 1 \Omega$. Calcule el producto escalar $\langle x_1, x_2 \rangle$. ¿Son ortogonales x_1 y x_2 ? ¿Son linealmente independientes? Estudie si efectivamente el producto escalar devuelve la proyección de un pulso sobre el otro.

8.9. Producto escalar (IV)

Sean los 4 pulsos rectangulares de la figura anterior. La carga de trabajo vale $R = 1 \Omega$. Calcule el producto escalar $\langle x_2, x_3 \rangle$. ¿Son ortogonales x_2 y x_3 ? ¿Son linealmente independientes? Estudie si efectivamente el producto escalar devuelve la proyección de un pulso sobre el otro.

8.10. Producto escalar (V)

Sean los 4 pulsos rectangulares de la figura anterior. La carga de trabajo vale $R = 1 \Omega$. Calcule el producto escalar $\langle x_2, x_4 \rangle$. ¿Son ortogonales x_2 y x_4 ? ¿Son linealmente independientes? Estudie si efectivamente el producto escalar devuelve la proyección de un pulso sobre el otro.

8.11. Producto escalar (VI)

Sean los símbolos definidos a continuación, para $0 \leq t \leq 1$:

- $x_1 = \sqrt{2} \cos(2\pi t)$
- $x_2 = 3\sqrt{2} \cos(2\pi t)$
- $x_3 = \sqrt{2} \sin(2\pi t)$
- $x_4 = \sqrt{2} \cos(2\pi t + \pi/4)$
- $x_5 = \sqrt{2} \cos(2\pi 2t)$
- $x_6 = \cos(2\pi t)$

La carga de trabajo vale $R = 1 \Omega$. Calcule las energías de los símbolos. Identifique los que están normalizados en energía.

8.12. Producto escalar (VII)

Para los 6 símbolos sinusoidales definidos en el EB previo, calcule los siguientes productos escalares, y comente los resultados:

- $\langle x_1, x_2 \rangle$
- $\langle x_1, x_3 \rangle$
- $\langle x_1, x_4 \rangle$
- $\langle x_1, x_5 \rangle$
- $\langle x_2, x_6 \rangle$

8.13. Producto escalar (VIII)

Sean los símbolos definidos a continuación, para $0 \leq t \leq 10$:

- $x_1 = \sqrt{10} \cos(2\pi t)$
- $x_2 = 3\sqrt{10} \cos(2\pi t)$
- $x_3 = 1 \cos(2\pi t)$

La carga de trabajo vale $R = 50 \Omega$. Calcule las energías de los símbolos usando la ecuación $E = p \cdot T$. Identifique los que están normalizados en energía. Calcule las energías de los símbolos usando el producto escalar.

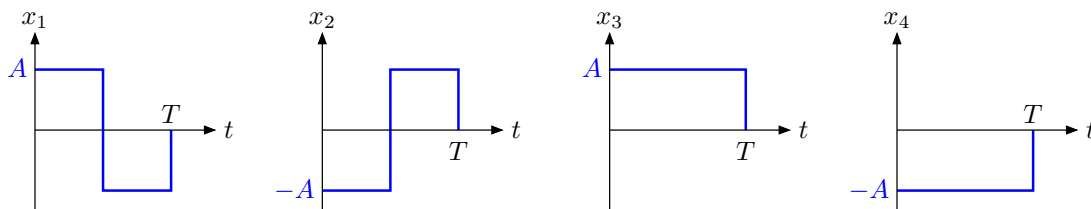
8.14. Producto escalar (IX)

Para los símbolos del EB anterior calcule las siguientes proyecciones:

- x_2 sobre x_1
- x_3 sobre x_1
- x_1 sobre x_3
- x_2 sobre x_3

8.15. Elección de una base. Pulsos

Sean las 4 señales de la figura. La carga de trabajo es $R(\Omega)$. Proponga razonadamente una base ortonormal en la que pueda realizarse su representación geométrica.



8.16. Elección de una base. Sinusoides isofrecuencia

Sean las señales:

- $x_1 = -100 \cos(2\pi f_0 t)$
- $x_2 = \sqrt{5} \sin(2\pi f_0 t - \pi/8)$
- $x_3 = 2 \cos(2\pi f_0 t) + 3 \sin(2\pi f_0 t)$
- $x_4 = 4 \sin(2\pi f_0 t) + 5 \sin(2\pi f_0 t + \pi/9)$

Todas están definidas en $0 \leq t \leq T$. La carga de trabajo es $R(\Omega)$. Proponga razonadamente una base ortonormal en la que pueda realizarse su representación geométrica.

8.17. Elección de una base. Sinusoides multifrecuencia

Sean las señales:

- $x_1 = 1 \cos(2\pi f_0 t)$
- $x_2 = 7 \cos(2\pi 3f_0 t)$
- $x_3 = 2 \sin(2\pi 10f_0 t)$
- $x_4 = 4 \cos(2\pi f_0 t)$
- $x_5 = \cos(2\pi f_0 t) - \sin(2\pi 10f_0 t)$

Todas están definidas en $0 \leq t \leq T$. La carga de trabajo es $R(\Omega)$. Proponga razonadamente una base ortonormal en la que pueda realizarse su representación geométrica.

8.18. Sustitución de integrales por energías

Sean las señales:

- $x_1 = 5 \cdot 10^{-4} \cos(2\pi 10^8 t)$
- $x_2 = 8 \cdot 10^{-3} \cos(2\pi 10^8 t)$
- $x_3 = 2 \cdot 10^{-5} \cos(2\pi 10^8 t) - 2 \cdot 10^{-5} \sin(2\pi 10^8 t)$

Todas están definidas en $0 \leq t \leq 1 \mu\text{s}$. La carga de trabajo es $R = 50 \Omega$. Calcule los siguientes productos escalares:

- $\langle x_1, x_2 \rangle$
- $\langle x_2, x_3 \rangle$

Para facilitar las operaciones, sustituya las integrales por cálculos de energía.

8.19. Atenuación del medio

Sea un codificador NRZ-U-L, que transmite 10 y 0 V, a una velocidad $R_b = 10 \text{ Mbps}$. La carga de trabajo es $R = 50 \Omega$. El medio atenúa 60 dB. Calcule las energías de las señales transmitidas. Calcule las amplitudes y las energías de las señales recibidas.

8.20. BER. Estudio de un caso (I)

Sea un RX binario óptimo, con símbolos equiprobables. Datos: a) se recibe un código Manchester, con valor de pico de los pulsos $A = 0,01 \text{ V}$; b) $R_b = 100 \text{ Mbps}$; c) densidad espectral unilateral de ruido total equivalente $N_0 = 1,07167 \cdot 10^{-15} \text{ W/Hz}$; d) carga de trabajo $R = 50 \Omega$. Dibuje los símbolos recibidos para un “1” y para un “0”. Indique los valores temporales y de amplitud.

8.21. BER. Estudio de un caso (II)

Sea un RX binario óptimo, con símbolos equiprobables. Datos: a) se recibe un código Manchester, con valor de pico de los pulsos $A = 0,01 \text{ V}$; b) $R_b = 100 \text{ Mbps}$; c) densidad espectral unilateral de ruido total equivalente $N_0 = 1,07167 \cdot 10^{-15} \text{ W/Hz}$; d) carga de trabajo $R = 50 \Omega$. Desarrolle una representación geométrica de los 2 símbolos recibidos, calculando sus coordenadas en función de una base ortonormal. Dibuje el resultado.

8.22. BER. Estudio de un caso (III)

Sea un RX binario óptimo, con símbolos equiprobables. Datos: a) se recibe un código Manchester, con valor de pico de los pulsos $A = 0,01$ V; b) $R_b = 100$ Mbps; c) densidad espectral unilateral de ruido total equivalente $N_0 = 1,07167 \cdot 10^{-15}$ W/Hz; d) carga de trabajo $R = 50 \Omega$. Sobre la representación geométrica del EB anterior, razone cuál será el valor del umbral óptimo de decisión.

8.23. BER. Estudio de un caso (IV)

Sea un RX binario óptimo, con símbolos equiprobables. Datos: a) se recibe un código Manchester, con valor de pico de los pulsos $A = 0,01$ V; b) $R_b = 100$ Mbps; c) densidad espectral unilateral de ruido total equivalente $N_0 = 1,07167 \cdot 10^{-15}$ W/Hz; d) carga de trabajo $R = 50 \Omega$. A partir de la representación geométrica de los EB anteriores, calcule la probabilidad de bit erróneo.

8.24. BER. Estudio de un caso (V)

Sea un RX binario óptimo, con símbolos equiprobables. Datos: a) se recibe un código Manchester, con valor de pico de los pulsos $A = 0,01$ V; b) $R_b = 100$ Mbps; c) densidad espectral unilateral de ruido total equivalente $N_0 = 1,07167 \cdot 10^{-15}$ W/Hz; d) carga de trabajo $R = 50 \Omega$. Observando los símbolos Manchester recibidos, calcule la energía de la señal diferencia.

8.25. BER. Estudio de un caso (VI)

Sea un RX binario óptimo, con símbolos equiprobables. Datos: a) se recibe un código Manchester, con valor de pico de los pulsos $A = 0,01$ V; b) $R_b = 100$ Mbps; c) densidad espectral unilateral de ruido total equivalente $N_0 = 1,07167 \cdot 10^{-15}$ W/Hz; d) carga de trabajo $R = 50 \Omega$. A partir de la energía de la señal diferencia, calcule la probabilidad de bit erróneo.

Capítulo 9

Modulaciones digitales

9.1. 4ASK: constelación RX

Datos de un sistema digital: a) modulación 4ASK; b) tiempo de símbolo $T = 100 \mu\text{s}$; c) atenuación del medio $ATN = 120 \text{ dB}$; d) impedancia de carga $R = 50 \Omega$; e) densidad espectral de ruido (total equivalente) a la entrada del RX $N_0 = 7 \cdot 10^{-20} \text{ W/Hz}$; f) las señales transmitidas son (en V para t en s):

- $s_1(t) = -3 \cos(2\pi f_0 t); \quad 0 \leq t \leq T$
- $s_2(t) = -1 \cos(2\pi f_0 t); \quad 0 \leq t \leq T$
- $s_2(t) = +1 \cos(2\pi f_0 t); \quad 0 \leq t \leq T$
- $s_1(t) = +3 \cos(2\pi f_0 t); \quad 0 \leq t \leq T$

Calcule y dibuje, en ejes ortonormales, la constelación recibida.

9.2. 4ASK: energías RX

Datos de un sistema digital: a) modulación 4ASK; b) tiempo de símbolo $T = 100 \mu\text{s}$; c) atenuación del medio $ATN = 120 \text{ dB}$; d) impedancia de carga $R = 50 \Omega$; e) densidad espectral de ruido (total equivalente) a la entrada del RX $N_0 = 7 \cdot 10^{-20} \text{ W/Hz}$; f) las señales transmitidas son (en V para t en s):

- $s_1(t) = -3 \cos(2\pi f_0 t); \quad 0 \leq t \leq T$
- $s_2(t) = -1 \cos(2\pi f_0 t); \quad 0 \leq t \leq T$
- $s_2(t) = +1 \cos(2\pi f_0 t); \quad 0 \leq t \leq T$
- $s_1(t) = +3 \cos(2\pi f_0 t); \quad 0 \leq t \leq T$

Calcule la energía de cada uno de los símbolos recibidos.

9.3. 4ASK: energía media

Datos de un sistema digital: a) modulación 4ASK; b) tiempo de símbolo $T = 100 \mu\text{s}$; c) atenuación del medio $ATN = 120 \text{ dB}$; d) impedancia de carga $R = 50 \Omega$; e) densidad espectral de ruido (total equivalente) a la entrada del RX $N_0 = 7 \cdot 10^{-20} \text{ W/Hz}$; f) las señales transmitidas son (en V para t en s):

- $s_1(t) = -3 \cos(2\pi f_0 t); \quad 0 \leq t \leq T$
- $s_2(t) = -1 \cos(2\pi f_0 t); \quad 0 \leq t \leq T$
- $s_2(t) = +1 \cos(2\pi f_0 t); \quad 0 \leq t \leq T$
- $s_1(t) = +3 \cos(2\pi f_0 t); \quad 0 \leq t \leq T$

Siempre en RX, calcule la energía media por símbolo, E_s , la distancia entre símbolos contiguos como raíz de energía, d , y la energía entre símbolos contiguos, E_d .

9.4. 4ASK: calidad

Datos de un sistema digital: a) modulación 4ASK; b) tiempo de símbolo $T = 100 \mu\text{s}$; c) atenuación del medio $ATN = 120 \text{ dB}$; d) impedancia de carga $R = 50 \Omega$; e) densidad espectral de ruido (total equivalente) a la entrada del RX $N_0 = 7 \cdot 10^{-20} \text{ W/Hz}$; f) las señales transmitidas son (en V para t en s):

- $s_1(t) = -3 \cos(2\pi f_0 t); \quad 0 \leq t \leq T$
- $s_2(t) = -1 \cos(2\pi f_0 t); \quad 0 \leq t \leq T$
- $s_2(t) = +1 \cos(2\pi f_0 t); \quad 0 \leq t \leq T$
- $s_1(t) = +3 \cos(2\pi f_0 t); \quad 0 \leq t \leq T$

Calcule la probabilidad de símbolo erróneo, P_s , y la probabilidad de bit erróneo, P_b .

9.5. 4ASK: estudio genérico de la constelación

Sea una constelación genérica 4ASK con señales (en V para t en s):

- $s_1(t) = -3A \cos(2\pi f_0 t); \quad 0 \leq t \leq T$
- $s_2(t) = -A \cos(2\pi f_0 t); \quad 0 \leq t \leq T$
- $s_2(t) = +A \cos(2\pi f_0 t); \quad 0 \leq t \leq T$
- $s_1(t) = +3A \cos(2\pi f_0 t); \quad 0 \leq t \leq T$

El tiempo de símbolo es $T(\text{s})$, y la impedancia de carga $R(\Omega)$. Estudie la constelación. Para ello, y siempre en función de T , R , y A o d (distancia entre símbolos contiguos): calcule la relación entre A y d ; calcule la energía media por símbolo, E_s ; calcule la potencia media, p ; calcule la energía de pico (del símbolo con más energía); calcule la PEP ; calcule la relación que existe entre p y PEP .

9.6. MASK: velocidad y ancho de banda (I)

Un sistema 2ASK transmite a una velocidad $R_b = 100$ Mb/s por un medio con filtrado ideal de Nyquist.

Calcule el ancho de banda ocupado. Calcule qué nueva constelación hace falta (valor de M) para doblar R_b por el mismo ancho de banda.

9.7. MASK: velocidad y ancho de banda (II)

Un sistema 2ASK transmite a una velocidad $R_b = 100$ Mb/s por un medio con filtrado ideal de Nyquist.

Calcule qué nueva constelación hace falta (valor de M) para transmitir a $R_b = 250$ Mb/s por el mismo ancho de banda.

9.8. MASK: calidad y distancia mínima (I)

La distancia mínima entre símbolos contiguos, d , es el parámetro que más influye sobre la calidad (P_s). Por ello, si se mantiene el valor de d la calidad apenas varía.

Para simplificar el estudio nos centraremos en una comparación 2ASK versus 4ASK. Datos: a) $d = 2 \cdot 10^{-9}$ (raíz de energía) para ambas constelaciones; b) $N_0 = 7 \cdot 10^{-20}$ W/Hz; c) $T = 100$ μ s; d) $R = 50$ Ω .

Calcule y compare las energías medias de las 2 constelaciones.

9.9. MASK: calidad y distancia mínima (II)

La distancia mínima entre símbolos contiguos, d , es el parámetro que más influye sobre la calidad (P_s). Por ello, si se mantiene el valor de d la calidad apenas varía.

Para simplificar el estudio nos centraremos en una comparación 2ASK versus 4ASK. Datos: a) $d = 2 \cdot 10^{-9}$ (raíz de energía) para ambas constelaciones; b) $N_0 = 7 \cdot 10^{-20}$ W/Hz; c) $T = 100$ μ s; d) $R = 50$ Ω .

Calcule la calidad, P_s , de ambas constelaciones. Compruebe que la afirmación del primer párrafo es cierta.

9.10. QPSK: estudio de la constelación (I)

Datos de un sistema digital QPSK: a) tiempo de símbolo $T = 100$ μ s; b) carga $R = 50$ Ω ; c) ruido total equivalente $N_0 = 7 \cdot 10^{-20}$ W/Hz; d) señales recibidas:

$$s_1 = \sqrt{2} \cdot 10^{-6} \cos(\omega_0 t + \pi/4)$$

$$s_2 = \sqrt{2} \cdot 10^{-6} \cos(\omega_0 t + 3\pi/4)$$

$$s_3 = \sqrt{2} \cdot 10^{-6} \cos(\omega_0 t + 5\pi/4)$$

$$s_4 = \sqrt{2} \cdot 10^{-6} \cos(\omega_0 t + 7\pi/4)$$

Realice la representación geométrica de la constelación recibida. Para ello: proponga una base ortonormal adecuada; calcule las coordenadas de las señales s_i en función de la base; dibuje las señales s_i .

9.11. QPSK: estudio de la constelación (II)

Datos de un sistema digital QPSK: a) tiempo de símbolo $T = 100 \mu\text{s}$; b) carga $R = 50 \Omega$; c) ruido total equivalente $N_0 = 7 \cdot 10^{-20} \text{ W/Hz}$; d) señales recibidas:

$$s_1 = \sqrt{2} \cdot 10^{-6} \cos(\omega_0 t + \pi/4)$$

$$s_2 = \sqrt{2} \cdot 10^{-6} \cos(\omega_0 t + 3\pi/4)$$

$$s_3 = \sqrt{2} \cdot 10^{-6} \cos(\omega_0 t + 5\pi/4)$$

$$s_4 = \sqrt{2} \cdot 10^{-6} \cos(\omega_0 t + 7\pi/4)$$

Calcule la energía media por símbolo. Calcule la energía de pico.

9.12. QPSK: estudio de la constelación (III)

Datos de un sistema digital QPSK: a) tiempo de símbolo $T = 100 \mu\text{s}$; b) carga $R = 50 \Omega$; c) ruido total equivalente $N_0 = 7 \cdot 10^{-20} \text{ W/Hz}$; d) señales recibidas:

$$s_1 = \sqrt{2} \cdot 10^{-6} \cos(\omega_0 t + \pi/4)$$

$$s_2 = \sqrt{2} \cdot 10^{-6} \cos(\omega_0 t + 3\pi/4)$$

$$s_3 = \sqrt{2} \cdot 10^{-6} \cos(\omega_0 t + 5\pi/4)$$

$$s_4 = \sqrt{2} \cdot 10^{-6} \cos(\omega_0 t + 7\pi/4)$$

Calcule las calidades P_s y P_b .

9.13. QPSK versus 8PSK (I)

Datos de un sistema digital: a) modulación 8PSK o QPSK; b) $T = 100 \mu\text{s}$; c) energía media por símbolo $E_s = 2 \cdot 10^{-18} \text{ J}$; d) $R = 50 \Omega$; e) ruido $N_0 = 7 \cdot 10^{-20} \text{ W/Hz}$; f) filtrado en coseno alzado con $\alpha = 0$.

Para comparar QPSK con 8PSK, calcule el ancho de banda ocupado y el régimen binario transmitido.

9.14. QPSK versus 8PSK (II)

Datos de un sistema digital: a) modulación 8PSK o QPSK; b) $T = 100 \mu\text{s}$; c) energía media por símbolo $E_s = 2 \cdot 10^{-18} \text{ J}$; d) $R = 50 \Omega$; e) ruido $N_0 = 7 \cdot 10^{-20} \text{ W/Hz}$; f) filtrado en coseno alzado con $\alpha = 0$.

Para comparar QPSK con 8PSK, calcule la distancia entre símbolos contiguos d (en el plano IQ normalizado en energía).

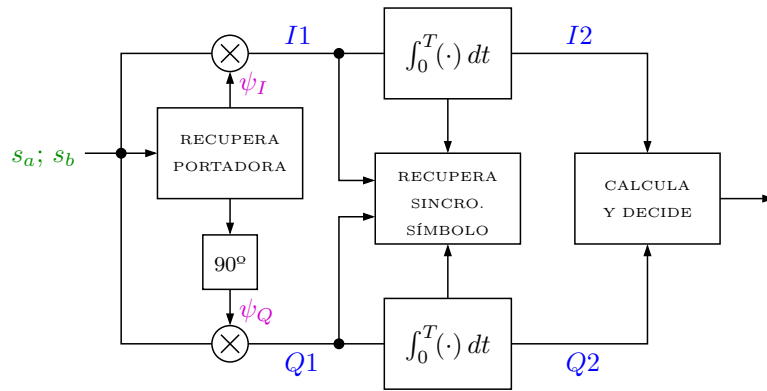
9.15. QPSK versus 8PSK (III)

Datos de un sistema digital: a) modulación 8PSK o QPSK; b) $T = 100 \mu\text{s}$; c) energía media por símbolo $E_s = 2 \cdot 10^{-18} \text{ J}$; d) $R = 50 \Omega$; e) ruido $N_0 = 7 \cdot 10^{-20} \text{ W/Hz}$; f) filtrado en coseno alzado con $\alpha = 0$.

Para comparar QPSK con 8PSK, calcule las calidades P_s y P_b .

9.16. QPSK: estudio del demodulador (I)

Datos de un sistema digital: a) modulación QPSK; b) $T = 100 \mu\text{s}$; c) $R = 50 \Omega$; d) demodulador óptimo con correladores, donde las portadoras recuperadas (perfectamente enganchadas) están normalizadas en energía.



Se han recibido los símbolos (en V para t en s):

$$s_a = \sqrt{2} \cdot 10^{-6} \cos(\omega_0 t + 3\pi/4)$$

$$s_b = 10^{-6} \cos(\omega_0 t + \pi/6)$$

Para s_a y s_b , calcule las señales que aparecen tras la detección, tanto en la rama I como en la Q (puntos I1 y Q1).

9.17. QPSK: estudio del demodulador (II)

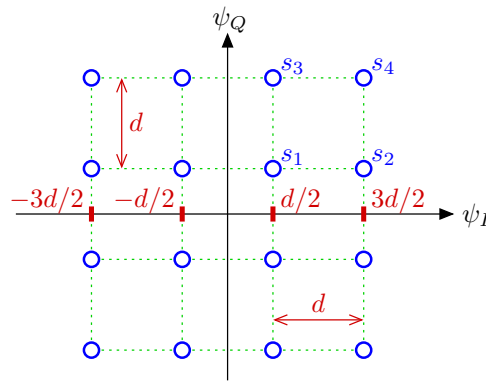
Dado el sistema y las señales definidos en el EB anterior, calcule las señales que aparecen tras la integración, tanto en la rama I como en la Q (puntos $I2$ y $Q2$).

9.18. QPSK: estudio del demodulador (III)

Dado el sistema y las señales definidos en el EB anterior, razone las decisiones que tomará el receptor.

9.19. 16QAM: estudio de la constelación (I)

Sea la constelación 16QAM de la figura, donde los ejes son ortonormales (plano IQ). La distancia entre símbolos contiguos es d . El tiempo de símbolo es $T(s)$. La carga vale $R(\Omega)$.



Estudie las simetrías que ofrece la constelación para calcular energías.

9.20. 16QAM: estudio de la constelación (II)

Sea la constelación 16QAM de la figura anterior, donde los ejes son ortonormales (plano IQ). La distancia entre símbolos contiguos es d . El tiempo de símbolo es T . La carga vale $R(\Omega)$.

Calcule las amplitudes y fases de las señales temporales $s_i(t)$.

9.21. 16QAM: estudio de la constelación (III)

Sea la constelación 16QAM de la figura anterior, donde los ejes son ortonormales (plano IQ). La distancia entre símbolos contiguos es d . El tiempo de símbolo es T . La carga vale $R(\Omega)$.

Calcule la energía de cada uno de los símbolos.

9.22. 16QAM: estudio de la constelación (IV)

Sea la constelación 16QAM de la figura anterior, donde los ejes son ortonormales (plano IQ). La distancia entre símbolos contiguos es d . El tiempo de símbolo es T . La carga vale $R(\Omega)$.

Calcule la energía media por símbolo.

9.23. 16QAM: estudio de la constelación (V)

Sea la constelación 16QAM de la figura anterior, donde los ejes son ortonormales (plano IQ). La distancia entre símbolos contiguos es d . El tiempo de símbolo es T . La carga vale $R(\Omega)$.

Calcule la relación entre la energía media y la energía de pico. Calcule la relación entre la potencia media y la potencia de pico.

9.24. 16QAM: estudio de un caso (I)

Datos de un sistema digital: a) modulación 16QAM; b) $T = 100 \mu\text{s}$; c) energía media por símbolo $E_s = 2 \cdot 10^{-18} \text{ J}$; d) $R = 50 \Omega$; e) ruido $N_0 = 7 \cdot 10^{-20} \text{ W/Hz}$; f) filtrado en coseno alzado con $\alpha = 0$.

Calcule el ancho de banda ocupado. Calcule el régimen binario.

9.25. 16QAM: estudio de un caso (II)

Datos de un sistema digital: a) modulación 16QAM; b) $T = 100 \mu\text{s}$; c) energía media por símbolo $E_s = 2 \cdot 10^{-18} \text{ J}$; d) $R = 50 \Omega$; e) ruido $N_0 = 7 \cdot 10^{-20} \text{ W/Hz}$; f) filtrado en coseno alzado con $\alpha = 0$.

Calcule la distancia entre símbolos contiguos, como raíz de energía. Calcule la energía de pico y la PEP. Calcule la amplitud de pico (valor de pico de senoide) del símbolo con más energía.

9.26. 16QAM: estudio de un caso (III)

Datos de un sistema digital: a) modulación 16QAM; b) $T = 100 \mu\text{s}$; c) energía media por símbolo $E_s = 2 \cdot 10^{-18} \text{ J}$; d) $R = 50 \Omega$; e) ruido $N_0 = 7 \cdot 10^{-20} \text{ W/Hz}$; f) filtrado en coseno alzado con $\alpha = 0$.

Calcule las calidades P_s y P_b .

9.27. 4FSK: frecuencias (I)

Datos de un sistema digital: a) modulación 4FSK; b) $R_b = 20 \text{ kbps}$; c) frecuencia de portadora $f_c = 600 \text{ MHz}$.

Suponga que la FSK es coherente. Calcule la separación entre frecuencias contiguas, Δf . Calcule las frecuencias de los símbolos, f_i .

9.28. 4FSK: frecuencias (II)

Datos de un sistema digital: a) modulación 4FSK; b) $R_b = 20 \text{ kbps}$; c) frecuencia de portadora $f_c = 600 \text{ MHz}$.

Suponga que la FSK es NO coherente. Calcule la separación entre frecuencias contiguas, Δf . Calcule las frecuencias de los símbolos, f_i .

9.29. 4FSK: señales

Un sistema con modulación 4FSK genera las siguientes señales:

$$s_1 = \cos(2\pi \cdot 599,985 \cdot 10^6 \cdot t + \pi/8)$$

$$s_2 = \cos(2\pi \cdot 599,995 \cdot 10^6 \cdot t + \pi/6)$$

$$s_3 = \cos(2\pi \cdot 600,005 \cdot 10^6 \cdot t + \pi/10)$$

$$s_4 = \cos(2\pi \cdot 600,015 \cdot 10^6 \cdot t + 3\pi/4)$$

Calcule la separación entre frecuencias contiguas, Δf . Calcule el tiempo de símbolo, T . Calcule el régimen binario, R_b .

9.30. MFSK: ancho de banda (I)

Datos de un sistema digital: a) modulación MFSK; b) $R_b = 20$ kbps; c) filtrado en coseno alzado con $\alpha = 0,5$.

Calcule el ancho de banda con $M = 2$, para los casos coherente y no coherente.

9.31. MFSK: ancho de banda (II)

Datos de un sistema digital: a) modulación MFSK; b) $R_b = 20$ kbps; c) filtrado en coseno alzado con $\alpha = 0,5$.

Calcule el ancho de banda con $M = 4$, para los casos coherente y no coherente.

9.32. MFSK: ancho de banda (III)

Datos de un sistema digital: a) modulación MFSK; b) $R_b = 20$ kbps; c) filtrado en coseno alzado con $\alpha = 0,5$.

Calcule el ancho de banda con $M = 8$, para los casos coherente y no coherente.

9.33. MFSK: calidad (I)

Datos de un sistema digital: a) modulación MFSK; b) $E_s = 2 \cdot 10^{-18}$ J; c) ruido total equivalente a la entrada $N_0 = 7 \cdot 10^{-20}$ W/Hz.

Calcule las calidades P_b y P_s para $M = 2$.

9.34. MFSK: calidad (II)

Datos de un sistema digital: a) modulación MFSK; b) $E_s = 2 \cdot 10^{-18}$ J; c) ruido total equivalente a la entrada $N_0 = 7 \cdot 10^{-20}$ W/Hz.

Calcule las calidades P_b y P_s para $M = 4$.

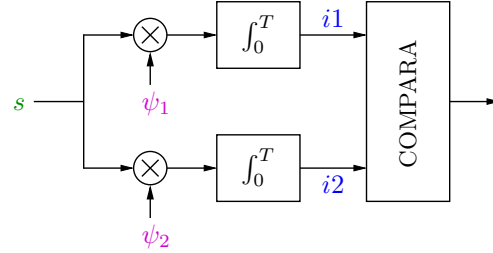
9.35. MFSK: calidad (III)

Datos de un sistema digital: a) modulación MFSK; b) $E_s = 2 \cdot 10^{-18}$ J; c) ruido total equivalente a la entrada $N_0 = 7 \cdot 10^{-20}$ W/Hz.

Calcule las calidades P_b y P_s para $M = 8$.

9.36. 2FSK: demodulador (I)

Datos de un sistema digital: a) modulación 2FSK NO coherente; b) $T = 100 \mu\text{s}$; c) $f_c = 10 \text{ MHz}$; d) $R = 50 \Omega$; e) demodulador óptimo con correladores, donde las portadoras recuperadas (perfectamente enganchadas) están normalizadas en energía. (Tome referencia coseno y desfase de enganche 0.)



Calcule las frecuencias nominales de los símbolos de la 2FSK. Calcule las portadoras recuperadas, ψ_1 y ψ_2 .

9.37. 2FSK: demodulador (II)

Dado el sistema definido en el EB anterior.

Se ha recibido el símbolo (en V para t en s):

$$s = \sqrt{2} \cdot 10^{-6} \cos(2\pi \cdot 9,995 \cdot 10^6 \cdot t)$$

Calcule el valor a la salida de integrador, en la rama superior y en la inferior (puntos $i1$ e $i2$). Razone qué decisión tomará el detector.

9.38. 2FSK: demodulador (III)

Dado el sistema definido en el EB anterior.

Se ha recibido el símbolo (en V para t en s):

$$s = 3 \cdot 10^{-6} \cos(2\pi \cdot 10,003 \cdot 10^6 \cdot t)$$

Calcule el valor a la salida de integrador, en la rama superior y en la inferior (puntos $i1$ e $i2$). Razone qué decisión tomará el detector.

Parte II

RESOLUCIONES

Capítulo 1

Modelo

No hay ejercicios breves para este capítulo.

Capítulo 2

Señales

2.1. mW y dBm

Calculamos:

$$P(\text{dBm}) = 10 \log_{10} [100(\text{mW})] = 20$$

$$P = 20 \text{ dBm}$$

En adelante el logaritmo decimal, \log_{10} , se abreviará como \log .

2.2. W y dBW

Calculamos:

$$P(\text{dBW}) = 10 \log [1(\text{W})] = 0$$

$$P = 0 \text{ dBW}$$

Equivalencias importantes:

$$1 \text{ W} \leftrightarrow 0 \text{ dBW}$$

$$1 \text{ mW} \leftrightarrow 0 \text{ dBm}$$

2.3. Potencia nula

Calculamos:

$$P(\text{dBW}) = 10 \log [0(\text{W})] = -\infty$$

$$P = -\infty \text{ dBW}$$

Equivalencias importantes:

$$0 \text{ W} \leftrightarrow -\infty \text{ dBW}$$

$$0 \text{ mW} \leftrightarrow -\infty \text{ dBm}$$

2.4. Invarianza del 10 (I)

Calculamos:

$$P(\text{dBm}) = 10 \log [10(\text{mW})] = 10$$

$$P = 10 \text{ dBm}$$

El 10 es invariante en una representación $10 \log_{10}(\square)$.

2.5. Invarianza del 10 (II)

Calculamos:

$$p(\text{mW}) = 0,1 = 1/10 = 10^{-1}$$

$$P(\text{dBm}) = 10 \log [10^{-1}(\text{mW})] = -10$$

$$P = -10 \text{ dBm}$$

También aquí el 10 es invariante en una representación $10 \log_{10}(\square)$.

2.6. W y dBm

Calculamos:

$$P(\text{dBm}) = 10 \log [1 \cdot 1000(\text{mW})] = 30$$

$$P = 30 \text{ dBm}$$

En general:

$$P(\text{dBm}) = P(\text{dBW}) + 30(\text{dB})$$

Aplicándolo a nuestro caso:

$$P(\text{dBm}) = 0(\text{dBW}) + 30(\text{dB}) = 30$$

2.7. Ganancia en potencias

Calculamos:

$$R(\text{dB}) = 10 \log \left[\frac{20}{2}(\text{v.p.}) \right] = 10$$

$$R = 10 \text{ dB}$$

Este resultado nos dice que:

- p_2 es mayor que p_1 , pues el resultado en dB es positivo.
- $R(\text{dB})$ es la ganancia que necesita p_1 para igualar a p_2 .

2.8. Atenuación en señales

Calculamos:

$$R(\text{dB}) = 20 \log \left[\frac{6}{12} (\text{v.s.}) \right] \approx -6$$

$$R \approx -6 \text{ dB}$$

Aunque este resultado no es exacto sino aproximado, es el valor que se utiliza en ingeniería. De forma análoga, una potencia que es el doble de otra está (aproximadamente) 3 dB por encima.

2.9. Razonando dBm

Calculamos:

$$p(\text{mW}) = 10^{[23/10]} \approx 200$$

$$p \approx 200 \text{ mW}$$

De otra forma: ya sabemos que 20 dBm equivalen a 100 mW; como tenemos 23 dBm estamos 3 dB por encima, que es aproximadamente el doble, 200 mW.

2.10. Razonando dBW

Calculamos:

$$p(\text{W}) = 10^{[-13/10]} \approx 0,05$$

$$p \approx 0,05 \text{ W}$$

De otra forma: ya sabemos que -10 dBW equivalen a 0,1 W; como tenemos -13 dBW estamos 3 dB por debajo, que es aproximadamente la mitad, 0,05 W.

2.11. Razonando ganancias

Calculamos:

$$p_2(\text{mW}) = 2(\text{mW}) \cdot 8(\text{v.p.}) = 16$$

$$P_2(\text{dBm}) = 10 \log [16(\text{mW})] \approx 12$$

$$P_2 \approx 12 \text{ dBm}$$

De otra forma:

$$p_1 \text{ es el doble de } 1 \text{ mW} \Rightarrow P_1(\text{dBm}) \approx 0(\text{dBm}) + 3(\text{dB}) = 3$$

$$P_1 \approx 3 \text{ dBm}$$

$$8(\text{v.p.}) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \text{ (duplicar 3 veces)}$$

$$P_2(\text{dBm}) \approx 3(\text{dBm}) + 3(\text{dB}) + 3(\text{dB}) + 3(\text{dB}) = 12$$

2.12. Razonando atenuaciones

Calculamos:

$$p_2(W) = 10(W) \cdot \frac{1}{10}(\text{v.p.}) = 1$$

$$P_2(\text{dBW}) = 10 \log [1(W)] = 0$$

$$P_2 = 0 \text{ dBW}$$

De otra forma:

$$p_1 \text{ es } 10 \text{ W} \Rightarrow P_1 = 10 \text{ dBW (invariante)}$$

$$P_2(\text{dBW}) = 10(\text{dBW}) - 10(\text{dB}) = 0$$

2.13. Redondeo

Calculamos:

$$P(\text{dBm}) = 10 \log [345,8677(\text{mW})] \approx 25,3891$$

$$P \approx 25,4 \text{ dBm}$$

Trabajando con representaciones logarítmicas los resultados se dan con 1 decimal (redondeado). En la práctica es muy difícil medir o diseñar con precisión mayor que la décima de 1 dB.

2.14. Valor de pico (I)

La senoide $\sin(\square)$ es una señal normalizada. Como va multiplicada por 5, el valor de pico es 5 V, y se alcanza periódicamente.

2.15. Valor de pico (II)

En el origen ($t = 0$) se suman los 4 voltios de continua con los 2 voltios de pico del coseno. Luego el valor de pico de la señal completa es 6 V, y se alcanza periódicamente.

2.16. Señal normalizada

Del EB anterior conocemos x_p . Para normalizar dividimos la señal por su valor de pico:

$$x_n(t) = \frac{x(t)}{x_p} = \frac{4}{6} + \frac{2}{6} \cos(4\pi t)$$

2.17. Valor medio

Cálculo trigonométrico:

$$x(t) = \frac{1}{2} [1 + \cos(2\pi \cdot 2t)]$$

Promedio temporal: la senoide de frecuencia doble se anula

$$\langle x \rangle = 1/2 \text{ V}$$

2.18. Valor cuadrático medio (I)

Operamos:

$$\langle x^2 \rangle = \langle 4 \sin^2(2\pi t) \rangle = 4 \left\langle \frac{1}{2} [1 - \cos(2\pi \cdot 2t)] \right\rangle = 4 \frac{1}{2} = 2 \text{ V}^2$$

Un valor cuadrático medio tiene unidades de V^2 . Como el valor cuadrático medio coincide numéricamente con la potencia cuando la carga es $R = 1 \Omega$:

$$\langle x^2 \rangle = p_x(1\Omega) = \frac{x_p^2}{2 \cdot 1} = 2$$

2.19. Valor cuadrático medio (II)

Operamos:

$$\langle x^2 \rangle = \left\langle 25 + 100 \frac{1}{2} [1 + \cos(2\pi \cdot 2t)] + 2 \cdot 5 \cdot 10 \cos(2\pi t) \right\rangle$$

El promedio de cada una de las dos senoideas es 0:

$$\langle x^2 \rangle = 25 + \frac{100}{2} = 25 + 50 = 75 \text{ V}^2$$

Otro camino: calculando la potencia sobre 1Ω .

$$\langle x^2 \rangle = p_x(1\Omega) = p_{cc} + p_{ac} = \frac{5^2}{1} + \frac{10^2}{2 \cdot 1} = 25 + 50 = 75$$

Observe que las potencias de continua y alterna se suman (en unidades naturales).

2.20. Potencia con señal alterna

Toda la potencia es de alterna:

$$p_x = p_{ca} = \frac{\langle x^2 \rangle}{R} = \frac{x_p^2}{2 \cdot R} = \frac{2^2}{2 \cdot 50} = \frac{1}{25} \text{ W}$$

2.21. Potencia con señal continua y alterna

Calculamos:

$$p_x = \frac{\langle x^2 \rangle}{R} = \frac{75}{50} = \frac{3}{2} \text{ W}$$

El valor cuadrático medio lo hemos tomado de un EB previo. Sale el mismo resultado si calcula y suma los W de continua y alterna.

2.22. Potencia con señal continua

Toda la potencia es de continua:

$$p_x = p_{cc} = \frac{4^2}{75} = \frac{16}{75} \text{ W}$$

2.23. Valor eficaz

No es necesario conocer R . En una senoide:

$$p_x = p_{ac} = \frac{x_{ef}^2}{R} = \frac{x_p^2}{2R}$$

$$x_p = x_{ef}\sqrt{2}$$

Para nuestra señal:

$$x_{ef} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \text{ V}$$

Por otro camino:

$$x_{ef} = \sqrt{R \cdot p_{ca}} = \sqrt{1 \cdot 2}$$

2.24. Energía de un trozo de senoide

Obviamente, un trozo de senoide está definido en energía. Sabemos que:

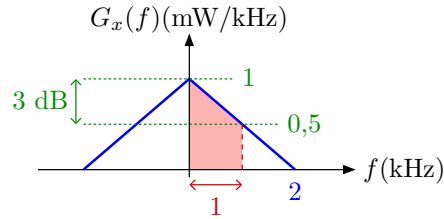
$$E_x = \int_0^4 x^2(t) dt = p_x \cdot T$$

Donde p_x es la potencia del tipo de señal (senoide de valor de pico 1/2), y T es el tiempo que está activa la señal (en nuestro caso $T = 4$).

$$E_x = p_x \cdot T = \frac{(1/2)^2}{2 \cdot 1} \cdot 4 = \frac{1}{2} \text{ J}$$

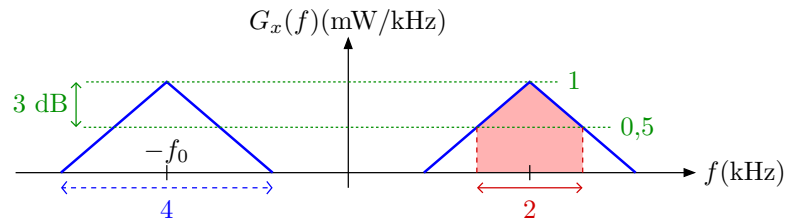
2.25. B_{3dB} de una señal paso bajo

El máximo de la d.e.p. es 1, que se alcanza en $f = 0$. La caída de 3 dB nos lleva a mitad de potencia, es decir: a $1/2$, que se alcanza en $f = 1$. Como se observa en el dibujo, el ancho de banda a 3 dB es $B_{3dB} = 1$ kHz (desde 0 hasta 1).



2.26. B_{3dB} de una señal paso banda

El máximo de la d.e.p. es 1, que se alcanza en $f = \pm f_0$. La caída de 3 dB nos lleva a mitad de potencia, es decir: a $1/2$. Como se observa en el dibujo, el ancho de banda a 3 dB es $B_{3dB} = 2$ kHz (desde $f_0 - 1$ hasta $f_0 + 1$).



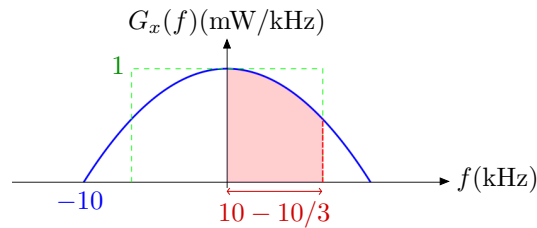
2.27. Ancho de banda equivalente

Generamos una nueva d.e.p. (línea verde discontinua en el dibujo), con las siguientes condiciones: a) forma rectangular; b) valor cte. igual al máximo de la d.e.p. del enunciado (1); c) igual área encerrada (igual potencia). De la condición de la potencia sacamos B_{eq} :

Igualemos áreas en unilateral:

$$(\text{área rectángulo}) = \int_0^{10} G_x(f) df$$

$$B_{eq} \cdot 1 = \int_0^{10} \left(\frac{-1}{100} f^2 + 1 \right) df = \left[\frac{-1}{100} \frac{f^3}{3} + f \right]_0^{10} = 10 - \frac{10}{3}$$



En la figura aparece coloreada la parte significativa del espectro según el criterio de ancho de banda utilizado. (La parte significativa en el espectro positivo.)

2.28. Espectro de una senoide

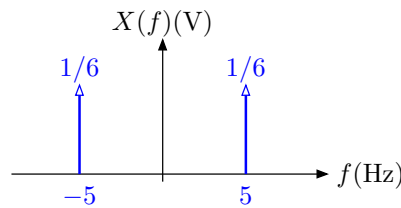
Aplicando la transformada de Fourier, obtenemos el espectro (de señal) bilateral:

$$X(f) = \frac{1}{3} \frac{1}{2} [\delta(f - 5) + \delta(f + 5)]$$

Pasamos a unilateral. (Siempre se trabaja con bilateral; el paso a unilateral se realiza en última instancia, a partir del bilateral.)

$$X_u(f) = 2 \frac{1}{3} \frac{1}{2} \delta(f - 5) = \frac{1}{3} \delta(f - 5)$$

En la figura se observa el espectro bilateral:



2.29. D.e.p. de una senoide

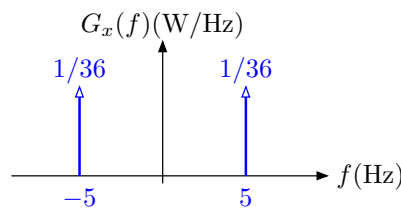
Las deltas son meros posicionadores, de manera que basta con elevar al cuadrado las constantes que las acompañan. (Si $R \neq 1$ hay que dividir por su valor.)

$$G_x(f) = \frac{1}{9} \frac{1}{4} [\delta(f - 5) + \delta(f + 5)]$$

Pasamos a unilateral:

$$G_{xu}(f) = 2 \frac{1}{9} \frac{1}{4} \delta(f - 5) = \frac{1}{18} \delta(f - 5)$$

En la figura se observa la d.e.p. bilateral:



2.30. Potencia de una senoide

La integral de la d.e.p. se reduce a una simple suma de dos contribuciones:

$$p_x = \int_{-\infty}^{\infty} G_x(f) df = 2 \frac{1}{9} \frac{1}{4} = \frac{1}{18} \text{ W}$$

El cálculo habitual da el mismo resultado:

$$p_x = \frac{x_p^2}{2R} = \frac{(1/3)^2}{2 \cdot 1} = \frac{1}{18} \text{ W}$$

2.31. Espectro de una senoide con continua

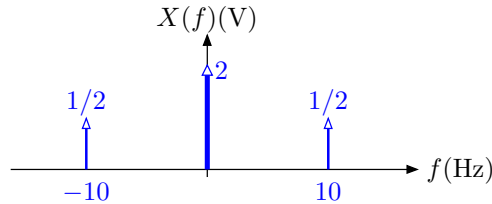
Aplicando la transformada de Fourier, obtenemos el bilateral:

$$X(f) = 2\delta(f) + \frac{1}{2}[\delta(f-10) + \delta(f+10)]$$

Pasamos a unilateral. Los semiespectros negativo y positivo se suman, pero el término de continua se queda igual:

$$X_u(f) = 2\delta(f) + 2\frac{1}{2}\delta(f-10)$$

En la figura se observa el espectro bilateral:



2.32. D.e.p. de una senoide con continua

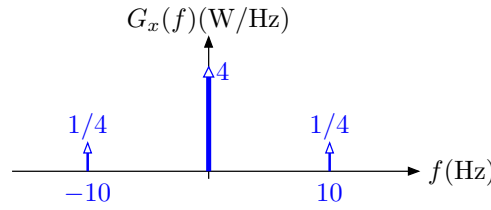
Las deltas son meros posicionadores, de manera que basta con elevar al cuadrado las constantes que las acompañan:

$$G_x(f) = 4\delta(f) + \frac{1}{4}[\delta(f-10) + \delta(f+10)]$$

Pasamos a unilateral:

$$G_{xu}(f) = 4\delta(f) + 2\frac{1}{4}\delta(f-10)$$

En la figura se observa la d.e.p. bilateral:



2.33. Potencia de una senoide con continua

La integral de la d.e.p. se reduce a una simple suma de tres contribuciones:

$$p_x = \int_{-\infty}^{\infty} G_x(f) df = 4 + 2 \frac{1}{4} = \frac{9}{2} \text{ W}$$

El cálculo habitual da el mismo resultado:

$$p_x = p_{cc} + p_{ca} = \frac{2^2}{1} + \frac{1^2}{2 \cdot 1} = \frac{9}{2} \text{ W}$$

2.34. Espectro del producto de dos sinusoides

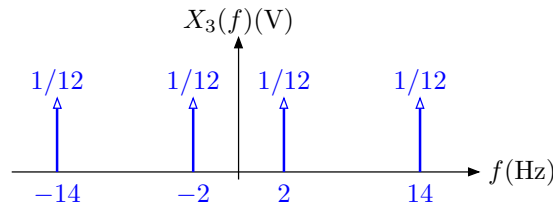
Cálculos trigonométricos:

$$x_3(t) = x_1 \cdot x_2 = 1 \frac{1}{3} \frac{1}{2} [\cos(2\pi 14 t) + \cos(2\pi 2 t)]$$

Tomamos la transformada de Fourier:

$$X_3(f) = \frac{1}{3} \frac{1}{2} \frac{1}{2} [\delta(f - 14) + \delta(f + 14) + \delta(f - 2) + \delta(f + 2)]$$

En la figura se observa el espectro bilateral:

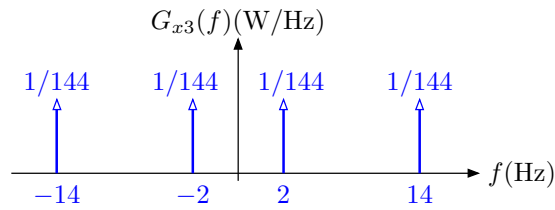


2.35. D.e.p. del producto de dos sinusoides

Las deltas son meros posicionadores, de manera que basta con elevar al cuadrado las constantes que las acompañan:

$$G_{x_3}(f) = \frac{1}{9} \frac{1}{4} \frac{1}{4} [\delta(f - 14) + \delta(f + 14) + \delta(f - 2) + \delta(f + 2)]$$

En la figura se observa la d.e.p. bilateral:



2.36. Potencia del producto de dos sinusoides

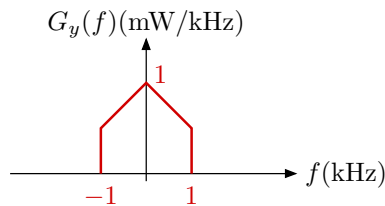
La integral de la d.e.p. se reduce a una simple suma de cuatro contribuciones:

$$p_{x3} = \int_{-\infty}^{\infty} G_{x3}(f) df = 4 \frac{1}{9} \frac{1}{4} \frac{1}{4} = \frac{1}{36} \text{ W}$$

2.37. Efecto de un filtrado (I)

En la figura se aprecia la d.e.p. de $y(t)$. Es evidente que su ancho de banda, impuesto por el filtro, es de 1 kHz. Observe que el módulo de la transferencia del filtro está en señal, y hay que elevarlo al cuadrado para filtrar potencias (o d.e.p.).

$$G_y(f) = G_x(f) \cdot |H(f)|^2$$



2.38. Efecto de un filtrado (II)

Hay que integrar la d.e.p. de $y(t)$. Podemos simplificar el cálculo hallando áreas de triángulos:

$$p_y = \int_{-1}^1 G_y(f) df = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 1 - 2 \left(\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \right) = \frac{3}{2} \text{ mW}$$

(Observando la figura anterior: hemos calculado el área del triángulo de $G_y(f)$ si el filtro fuera paso todo, y le hemos restado el área de los 2 pequeños triángulos que elimina el filtrado.)

Capítulo 3

Ruido

3.1. Ruido blanco como térmico

Es muy típico modelar ruidos blancos, sean térmico o no, mediante temperaturas. En bilateral o unilateral: $N_0 = k \cdot T$, donde k es la cte. de Boltzmann. Operamos:

$$N_0 = 2 \cdot 10^{-18} \text{ W/Hz}$$

$$T = \frac{N_0}{k} \approx \frac{2 \cdot 10^{-18}}{1,3806 \cdot 10^{-23}} \approx 144864 \text{ K}$$

El alumno debe acostumbrarse a trabajar con valores en las unidades básicas del S.I. (W, y no mW; Hz, y no kHz, ...). Así el resultado está necesariamente en la unidad básica que le corresponda dimensionalmente.

3.2. Factor de ruido y temperatura equivalente (I)

Seis dB ($3 + 3$) son aproximadamente 4 veces de potencia ($2 \cdot 2$). En ingeniería siempre se utilizan este tipo de aproximaciones. Ahora usamos las ecuaciones que relacionan f y T_e , que son ciertas siempre:

$$T_e = T_0(f - 1) \approx 300(4 - 1) = 900 \text{ K}$$

3.3. Factor de ruido y temperatura equivalente (II)

Aplicamos las ecuaciones de relación:

$$f = 1 + \frac{T_e}{T_0} = 1 + \frac{30000}{300} = 101 \approx 100 \text{ v.p.}$$

$$F(\text{dB}) = 10 \log[f(\text{v.p.})]$$

$$F \approx 10 \log[100] = 20 \text{ dB}$$

3.4. Ruido a la salida (I)

Como el ruido a la entrada está a T_0 podemos calcular el ruido a la salida mediante el factor de ruido:

$$n_s = k T_0 B \cdot g \cdot f \approx 1,3806 \cdot 10^{-23} \cdot 300 \cdot 10^4 \cdot 100 \cdot 4 \approx 1,6567 \cdot 10^{-14} \text{ W}$$

3.5. Ruido a la salida (II)

Trabajamos con temperatura equivalente:

$$T_{in} = 2T_0 = 600 \text{ K}$$

$$T_e \approx 900 \text{ K}$$

$$n_s = k (T_{in} + T_e) B g \approx 1,3806 \cdot 10^{-23} (600 + 900) 10^4 \cdot 100 \approx 2,0709 \cdot 10^{-14} \text{ W}$$

Compruebe que:

$$n_s \neq k T_0 B \cdot g \cdot f$$

$$n_s \neq k T_{in} B \cdot g \cdot f$$

3.6. Atenuador (I)

Para cualquier cuadripolo pasivo:

$$T_e = T(a - 1) = 2T_0(8 - 1) = 4200 \text{ K}$$

Pasamos a factor de ruido:

$$f = 1 + \frac{T_e}{T_0} = 1 + \frac{4200}{300} = 15 \text{ v.p.}$$

Este resultado es correcto. Sin embargo, f no se puede utilizar para calcular el ruido a la salida.

3.7. Atenuador (II)

Para cualquier cuadripolo pasivo:

$$T_e = T(a - 1) = T_0(8 - 1) = 2100 \text{ K}$$

En este caso, como el cuadripolo se encuentra a T_0 , sabemos que $f = a$ numéricamente. (En telecomunicaciones lo normal, y adecuado, es que los cables estén a temperatura ambiente, porque la información y el ruido —ambos pequeñas señales— no los calientan.)

$$f = 8 \text{ v.p.}$$

También podemos usar la fórmula de cambio, y obtenemos el mismo resultado:

$$f = 1 + \frac{2100}{300} = 8 \text{ v.p.}$$

Como a la entrada tenemos un ruido T_0 , f sí se puede utilizar para calcular el ruido a la salida.

3.8. Cascada. Paso a temperatura

Para el dipolo:

$$T_{e0} = T_{in} = 600 \text{ K}$$

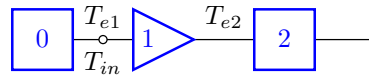
Para el amplificador:

$$T_{e1} = T_0(f_1 - 1) \approx 300(4 - 1) = 900 \text{ K}$$

Para el filtro (está a $T_2 = T_0$):

$$T_{e2} = T_0(a_2 - 1) \approx 300(8 - 1) = 2100 \text{ K}$$

En la figura se aprecia dónde se sitúa cada temperatura: la de un cuadripolo a la entrada de éste (aunque su ruido interno no existe antes del cuadripolo), y la de un dipolo a su salida.



3.9. Cascada. Movimiento de temperaturas

Normalmente, el ruido del dipolo se considera como ruido a la entrada, y no suele incluirse dentro del conjunto de ruidos internos del resto de la cascada. Así, sólo movemos las temperaturas de los cuadripolos: la del amplificador ya está en A, y se suma directamente; la del filtro tiene que pasar por el amplificador hacia atrás.

$$T_{eA} = T_{e1} + \frac{T_{e2}}{g_1} = 900 + \frac{2100}{10} = 1110 \text{ K}$$

T_{eA} es todo el ruido interno de los 2 cuadripolos en cascada, movido al punto A (aun cuando no existe ni se puede medir en A).

3.10. Cascada. Ruido que existe a la entrada

A la entrada (punto A) sólo existe y se puede medir el ruido del dipolo. De hecho, los dipolos se usan para caracterizar, desde el punto de vista de ruido, la entrada de un sistema. Por eso, la temperatura de ruido de un dipolo se asocia siempre con la idea de temperatura a la entrada, y no suele considerarse un ruido interno como el de los cuadripolos. Por lo tanto, la temperatura es:

$$T_{in} = T_{e0} = 600 \text{ K}$$

Calculamos la potencia de ruido que realmente existe y se mide en A (la del dipolo):

$$n_{in} = k T_{in} B \approx 1,3806 \cdot 10^{-23} \cdot 600 \cdot 1000 = 8,2836 \cdot 10^{-18} \text{ W}$$

3.11. Cascada. Temperatura total a la entrada

Cuando se realizan cálculos de ruido, es típico mover todas las contribuciones (como temperaturas) a la entrada del sistema. Los ruidos internos de los cuadripolos de la cascada se suman, y quedan 2 contribuciones (2 temperaturas): la del ruido realmente presente en la entrada (del dipolo), T_{in} , y el ruido interno total de la cascada (movido por conveniencia a la entrada), T_{eA} . El alumno debe acostumbrarse a trabajar de esta forma. Luego:

$$T_T = T_{in} + T_{eA} = 600 + 1110 = 1710 \text{ K}$$

3.12. Cascada. Potencia total de ruido equivalente en A

El cálculo es inmediato. Conviene insistir en que parte del ruido obtenido no existe ni se puede medir en A.

$$n_{TA} = k(T_{in} + T_{eA})B \approx 1,3806 \cdot 10^{-23} \cdot 1710 \cdot 1000 = 2,360826 \cdot 10^{-17} \text{ W}$$

3.13. Cascada. Potencia total de ruido a la salida

Aunque se pueden llevar todas las temperaturas a la salida, y luego calcular la potencia térmica que corresponde, la costumbre es mover todo a la entrada, calcular lo que se busca en la entrada, y luego moverlo, si es menester, a la salida. Haciéndolo así:

$$g_T = \frac{g_1}{a_2} = \frac{10}{8}$$

$$n_s = n_{TA} \cdot g_T \approx 2,9510325 \cdot 10^{-17} \text{ W}$$

3.14. Cascada. Señal/ruido a la salida

Podemos llevar la señal deseada a la salida, y formar la relación $(s/n)_s$ dividiendo s_s por el ruido a la salida. Sin embargo, la costumbre es calcular la relación en la entrada, $(s/n)_e$, llevando a ese punto todas las contribuciones de ruido. Observe que:

- $(s/n)_e = (s/n)_s$, pues el ruido y la señal sufren la misma ganancia en su camino desde la entrada a la salida.
- $(s/n)_s$ es la relación señal a ruido que realmente existe y se mide a la salida.
- $(s/n)_e$ no es la relación señal a ruido que realmente existe y se mide a la entrada, pues incluye los ruidos internos de la cascada de cuadripolos. Es una relación señal a ruido equivalente.

Entonces, tomamos la señal en A, s_{in} , y el ruido total equivalente en A, n_{TA} . La relación señal a ruido queda:

$$\left(\frac{s}{n}\right)_s = \frac{s_{in}}{n_{TA}} \approx 42358056 \text{ v.p.}$$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_s (\text{dB}) = 10 \log \left[\left(\frac{s}{n}\right)_s (\text{v.p.}) \right]$$

$$(S/N)_s \approx 76,3 \text{ dB}$$

3.15. Suma de ruidos en una relación s/n

Los ruidos AWGN son aditivos, tanto en señal como en potencia. De hecho, estamos continuamente sumando contribuciones de ruidos AWGN, modelados usualmente como térmicos. Esta suma se ha de realizar necesariamente en unidades naturales.

$$n_1 = 1 \text{ mW} \rightarrow 0 \text{ dBm}$$

$$n_2 = 1 \text{ mW} \rightarrow 0 \text{ dBm}$$

$$n_3 = 2 \text{ mW} \rightarrow 3 \text{ dBm}$$

$$n_T = n_1 + n_2 + n_3 = 1 + 1 + 2 = 4 \text{ mW} \rightarrow 6 \text{ dBm}$$

$$\text{!!! } N_T \neq N_1 + N_2 + N_3 = 0 + 0 + 3 = 3 \text{ dBm !!!}$$

En este caso es posible razonar fácilmente el resultado en unidades logarítmicas: los 2 primeros ruidos son iguales, al sumarlos tendremos el doble, es decir, 3 dB más que uno de ellos, luego $0 + 3 = 3 \text{ dBm}$; esos 2 ruidos juntos tienen la misma potencia que el tercero, luego $3 + 3 = 6 \text{ dBm}$.

Ahora sólo resta formar la relación señal a ruido:

$$(s/n) = \frac{s}{n_1 + n_2 + n_3} = \frac{1}{4 \cdot 10^{-3}} = 250 \text{ v.p.}$$

$$(S/N) = 10 \log [(s/n)] \approx 24 \text{ dB}$$

Aunque el alumno debería acostumbrarse a trabajar directamente con las unidades logarítmicas:

$$S = 0 \text{ dBW} \rightarrow 30 \text{ dBm}$$

$$(S/N) = S - N = 30 - 6 = 24 \text{ dB}$$

3.16. LNA al comienzo de una cascada

Aplicando la fórmula de Friis, o meramente moviendo temperaturas:

$$T_{eT} = T_{e1} + T_{e2} \frac{1}{g_1} + T_{e3} \frac{a_2}{g_1}$$

$$T_{eT} = 1000 + 4000 \frac{1}{10000} + 2000 \frac{5}{10000} = 1000 + 0,4 + 1 \approx 1000 \text{ K}$$

$$T_{eT} \approx T_{e1}$$

Luego colocando al principio de una cascada un amplificador con gran ganancia, podemos hacer despreciable el ruido interno de los demás cuadripolos, de forma que el ruido de la cascada es aproximadamente el del primer elemento. Conviene, por lo tanto, que ese amplificador inicial tenga poco ruido interno, y por ello se conoce como LNA (Low Noise Amplifier).

Capítulo 4

Distorsión

4.1. Distorsión no lineal, entrada 1 senoide (I)

De todo el enunciado sólo nos interesan ahora la potencia, 0,01 W, y la carga, 50 Ω . Para una senoide:

$$p_e = \frac{A_e^2}{2R}; \quad 0,01 = \frac{A_e^2}{2 \cdot 50}$$

$$A_e = 1 \text{ V}$$

4.2. Distorsión no lineal, entrada 1 senoide (II)

El fundamental (f_0) tiene una amplitud a la salida:

$$A_s(f_0) = a_1 A_e + \frac{3a_3 A_e^3}{4} = 10 \cdot 1 - \frac{3 \cdot 0,5 \cdot 1^3}{4} = 10 - 3/8 = 9,625 \text{ V}$$

Calculamos la potencia:

$$p_s(f_0) = \frac{A_s^2(f_0)}{2R} = \frac{0,9625^2}{2 \cdot 50} = 0,92640625 \text{ W}$$

4.3. Distorsión no lineal, entrada 1 senoide (III)

El armónico a $2f_0$ tiene una amplitud a la salida:

$$A_s(2f_0) = \frac{a_2 A_e^2}{2} = \frac{1 \cdot 1^2}{2} = 0,5 \text{ V}$$

Calculamos la potencia:

$$p_s(2f_0) = \frac{A_s^2(2f_0)}{2R} = \frac{0,5^2}{2 \cdot 50} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ W}$$

4.4. Distorsión no lineal, entrada 1 senoide (IV)

El armónico a $3f_0$ tiene una amplitud a la salida (en módulo):

$$|A_s(3f_0)| = \frac{|a_3| A_e^3}{4} = \frac{0,5 \cdot 1^3}{4} = \frac{1}{8} = 0,125 \text{ V}$$

Calculamos la potencia:

$$p_s(2f_0) = \frac{A_s^2(3f_0)}{2R} = \frac{0,125^2}{2 \cdot 50} = 1,5625 \cdot 10^{-4} \text{ W}$$

4.5. Distorsión no lineal, entrada 1 senoide (V)

La componente de continua ($f = 0$) tiene una amplitud a la salida:

$$A_s(0) = \frac{a_2 A_e^2}{2} = \frac{1 \cdot 1^2}{2} = 0,5 \text{ V}$$

Calculamos la potencia (¡de continua!):

$$p_s(0) = \frac{A_s^2(0)}{R} = \frac{0,5^2}{50} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ W}$$

A partir de aquí ya no trabajaremos con la senoide de 0,01 W ($A_e = 1 \text{ V}$).

4.6. Ganancia de pequeña señal

La ganancia de pequeña señal, o ideal, es la ganancia en la zona lineal, es decir, el coeficiente a_1 (v.s.). En dB:

$$G_0(\text{dB}) = 20 \log[a_1(\text{v.s.})]$$

$$G_0 = 20 \log[10] = 20 \text{ dB}$$

¡Cuidado! Como a_1 está en veces de señal, el logaritmo va multiplicado por la constante 20. Esto es muy importante.

4.7. Punto de compresión a 1 dB (I)

En el P1dB la ganancia es 1 dB menor que la ideal:

$$G_{1dB} = G_0 - 1 = 20 - 1 = 19 \text{ dB}$$

4.8. Punto de compresión a 1 dB (II)

Calculamos la amplitud, A , en el P1dB mediante la relación:

$$10^{[G_{1dB}/20]} = a_1 + \frac{3}{4} a_3 A^2$$

$$10^{0,95} = 10 - \frac{3}{4} \frac{1}{2} A^2$$

$$A \approx 1,702931291 \text{ V}$$

4.9. Punto de compresión a 1 dB (III)

La amplitud de la senoide a la entrada en el P1dB es:

$$A_e(1dB) = A \approx 1,702931291 \text{ V}$$

La potencia de la senoide a la entrada, sobre los 50Ω de carga, vale:

$$p_e(1dB) = \frac{A^2}{2R} \approx 0,02899974983 \text{ W}$$

$$P_e(1dB) \approx 14,6 \text{ dBm}$$

4.10. Punto de compresión a 1 dB (IV)

La amplitud de la senoide fundamental ($f = f_0$) a la salida en el P1dB es:

$$A_s(1dB) = a_1 A + \frac{3}{4} a_3 A^3 = 10 A - \frac{3}{4} \frac{1}{2} A^3 \approx 15,17739111 \text{ V}$$

La potencia de la senoide fundamental a la salida, sobre los 50Ω de carga, vale:

$$p_s(1dB) = \frac{A_s^2(1dB)}{2R} \approx 2,303532009 \text{ W}$$

$$P_s(1dB) \approx 33,6 \text{ dBm}$$

Pero como lo usual es trabajar directamente en dBm, es más cómodo operar del siguiente modo:

$$P_s(1dB) = P_e(1dB) + G_{1dB} \approx 14,6 + 19 = 33,6 \text{ dBm}$$

4.11. Back-off (I)

La potencia de la senoide a la entrada estará 3 dB por debajo de la obtenida en el P1dB:

$$P_e(ISO) = P_e(1dB) - 3 \approx 14,6 - 3 = 11,6 \text{ dBm}$$

4.12. Back-off (II)

Es un cálculo elemental:

$$P_e(ISO) \approx 11,6 \text{ dBm} \rightarrow 0,014454 \text{ W}$$

$$p_e(ISO) = \frac{A_{ISO}^2}{2R}$$

$$A_{ISO} \approx 1,2023 \text{ V}$$

4.13. Back-off (III)

Para cualquier punto en el que trabajemos, la ganancia para el fundamental es:

$$G = 20 \log \left[a_1 + \frac{3}{4} a_3 A^2 \right]$$

Con un ISO de 3 dB:

$$G_{ISO} = 20 \log \left[10 - \frac{3}{4} \frac{1}{2} A_{ISO}^2 \right]$$

$$G_{ISO} \approx 19,5 \text{ dB}$$

Observe que, como es lógico, la ganancia con un ISO de 3 dB, respecto al P1dB, está situada entre la G_{1dB} y la G_0 . Si el ISO es grande, G_{ISO} tenderá al valor G_0 , y el comportamiento será muy lineal.

4.14. Distorsión no lineal, entrada 2 senoideas (I)

Cuando 2 senoideas tienen diferentes frecuencias, sus potencias se suman. Así, los 0,02 W de la señal completa se reparten entre los tonos, y cada uno lleva la mitad, es decir: 0,01 W. Dada una senoide de 0,01 W, sobre 50 Ω , la amplitud (valor de pico) es 1 V.

$$A_e = 1 \text{ V}$$

4.15. Distorsión no lineal, entrada 2 sinusoides (II)

Los 2 fundamentales tienen la misma amplitud a la salida (con saturación):

$$A_s = a_1 A_e + \frac{9}{4} a_3 A_e^3$$

$$A_s = 10 \cdot 1 - \frac{9}{4} \frac{1}{2} 1^3 = 8,875 \text{ V}$$

Y, por supuesto, tienen la misma potencia:

$$p_s = \frac{A_s^2}{2R} = 0,78765625 \text{ W}$$

$$P_s \approx 29,0 \text{ dBm}$$

4.16. Distorsión no lineal, entrada 2 sinusoides (III)

Todos los batidos de tercer orden tienen la misma amplitud:

$$A_{s3} = \frac{3}{4} a_3 A_e^3$$

$$|A_{s3}| = \frac{3}{4} \frac{1}{2} 1^3 = 0,375 \text{ V}$$

Su potencia es:

$$p_{s3} = \frac{A_{s3}^2}{2R} = 1,40625 \cdot 10^{-3} \text{ W}$$

$$P_{s3} \approx 1,5 \text{ dBm}$$

A partir de ahora la suma de las 2 sinusoides no tendrá 0,02 W.

4.17. Pto. de intermodulación de tercer orden (I)

En el IP3:

$$a_1 = \frac{3}{4} |a_3| A^2$$

$$10 = \frac{3}{4} \frac{1}{2} A^2$$

$$A \approx 5,163977795 \text{ V}$$

$$(A^2 = 26,6)$$

4.18. Pto. de intermodulación de tercer orden (II)

Potencia a la entrada de una de las sinusoides:

$$p_e(IP3) = \frac{A^2}{2R} = \frac{26.6}{2 \cdot 50} = 0.266 \text{ W}$$

$$P_e(IP3) \approx 24.3 \text{ dBm}$$

4.19. Pto. de intermodulación de tercer orden (III)

Todos los batidos de tercer orden tienen igual amplitud y potencia:

$$|A_{s3}| = \frac{3}{4} |a_3| A^3 = \frac{3}{4} \frac{1}{2} 1^3 \approx 51.63977795 \text{ V}$$

$$p_{s3}(IP3) = \frac{A_{s3}^2}{2R} = 26.6 \text{ W}$$

$$P_{s3}(IP3) \approx 44.3 \text{ dBm}$$

Pero es mucho más fácil y recomendable operar directamente en unidades logarítmicas, teniendo en cuenta que en el IP3 el batido lleva la misma potencia que un fundamental con ganancia ideal:

$$P_{s3}(IP3) = P_{s0}(IP3) = P_e(IP3) + G_0 \approx 24.3 + 20 = 44.3 \text{ dBm}$$

Capítulo 5

Modulaciones analógicas

5.1. Parámetros de AM (I)

El valor medio de la envolvente se calcula a partir de los valores máximo y mínimo:

$$A = \frac{A_{max} + A_{min}}{2} = \frac{15 + 5}{2} = 10 \text{ V}$$

5.2. Parámetros de AM (II)

El índice de modulación se calcula a partir del salto entre potencias, $\Delta P(\text{dB})$:

$$m = 2 \cdot 10^{[-\Delta P/20]} = 2 \cdot 10^{[-12/20]} \approx 0,5024$$

$$m \approx 0,50 \text{ tanto por 1}$$

$$m \approx 50 \%$$

5.3. Parámetros de AM (III)

En todas las modulaciones lineales (excepto BLU) la frecuencia central del filtro debe coincidir con la portadora:

$$f_c = \frac{305 + 295}{2} = 300 \text{ kHz}$$

El filtro paso banda ocupa $305 - 295 = 10 \text{ kHz}$. Como el ancho de banda de AM es el doble de lo que ocupa la moduladora:

$$B = 2W$$

$$10(\text{k}) = 2W(\text{k})$$

$$f_m = W = 5 \text{ kHz}$$

5.4. Parámetros de AM (IV)

Tomamos los resultados de los EB anteriores, y rellenamos la forma canónica:

$$y(t) = A[1 + m \cdot \cos(2\pi f_m t)] \cos(2\pi f_c t)$$

$$y(t) = 10[1 + 0,5 \cdot \cos(2\pi 5000 t)] \cos(2\pi 300000 t)$$

5.5. Potencias de AM (I)

Potencia de portadora sola:

$$p_c = \frac{A^2}{2R} = \frac{10^2}{2 \cdot 50} = 1 \text{ W}$$

$$P_c = 30 \text{ dBm}$$

5.6. Potencias de AM (II)

La señal moduladora es una senoide. Luego queremos calcular el valor cuadrático medio de una senoide normalizada. Numéricamente, es la potencia de una senoide con valor de pico 1 V, sobre una carga de 1 Ω :

$$\langle x_n^2 \rangle = \frac{1^2}{2 \cdot 1} = \frac{1}{2} \text{ V}^2$$

5.7. Potencias de AM (III)

Potencia de 1 banda lateral:

$$p_{1BL} = \frac{1}{2} \frac{A^2}{2R} m^2 \langle x_n^2 \rangle = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 0,8^2 \cdot \frac{1}{2} = 0,16 \text{ W}$$

$$P_{1BL} \approx 22,0 \text{ dBm}$$

Potencia de las 2 bandas laterales:

$$p_{2BL} = 2 \cdot p_{1BL} = 0,32 \text{ W}$$

$$P_{2BL} = P_{1BL} + 3 \approx 22,0 + 3 = 25 \text{ dBm}$$

5.8. Potencias de AM (IV)

La potencia (media) total de AM se obtiene sumando (¡en unidades naturales!) las componentes (portadora y bandas laterales):

$$p_y = p_c + p_{2BL} = 1 + 0,32 = 1,32 \text{ W}$$

$$P_y(\text{dBm}) = 10 \log[p_y(\text{mW})]$$

$$P_y \approx 31,2 \text{ dBm}$$

$$\text{iii } P_y \neq 30 + 25 = 55 \text{ dBm !!!}$$

El alumno siempre debería comprobar que la potencia total de AM, en dBm, es ligeramente mayor que la potencia de la portadora sola.

5.9. Potencias de AM (V)

Rendimiento frente a la portadora:

$$\eta = \frac{m^2 \langle x_n^2 \rangle}{1 + m^2 \langle x_n^2 \rangle} = \frac{0,8^2 \cdot 0,5}{1 + 0,8^2 \cdot 0,5} = 0,24 \text{ tanto por 1}$$

$$\eta \approx 24,2 \%$$

5.10. Potencias de AM (VI)

Potencia equivalente de pico:

$$PEP = \frac{A^2}{2R} (1 + m)^2 = 1 \cdot (1 + 0,8)^2 = 3,24 \text{ W}$$

$$PEP \approx 35,1 \text{ dBm}$$

El alumno siempre debería comprobar que la PEP es claramente mayor que la potencia media total de AM. (A no ser que la envolvente sea cte., lo que no tiene sentido.)

5.11. Parámetros de DBL

Es obvio que se trata de una señal DBL modulada por un tono. Los parámetros valen:

$$A_t = 10 \text{ V}$$

$$f_c = 20000 \text{ Hz}$$

$$f_m = 1000 \text{ Hz}$$

5.12. Potencias de DBL (I)

Aplicamos la fórmula correspondiente:

$$p_y = \frac{A_t^2}{2R} \langle x_n^2 \rangle = \frac{10^2}{2 \cdot 50} \frac{1}{2} = 0,5 \text{ W}$$

$$P_y \approx 27 \text{ dBm} \quad (-3 \text{ dBW})$$

5.13. Potencias de DBL (II)

Las 2 bandas laterales tienen la misma potencia: la mitad del total.

$$p_{BLi} = p_{BLs} = \frac{p_y}{2} = 0,25 \text{ W}$$

$$P_{BLi} \approx 24 \text{ dBm}$$

5.14. Potencias de DBL (III)

En DBL:

$$PEP = \frac{A_t^2}{2R} = \frac{10^2}{2 \cdot 50} = 1 \text{ W}$$

$$PEP = 30 \text{ dBm}$$

5.15. Parámetros de BLU (I)

Es una señal BLUs modulada por un tono. Como la portadora vale 20000 Hz y en BLUs se ha desplazado a 21000 Hz, la frecuencia de la senoide moduladora es:

$$f_m = f_{BLUs} - f_c = 21000 - 20000 = 1000 \text{ Hz}$$

5.16. Parámetros de BLU (II)

Añadimos la BLUi filtrada, y ponemos la cte. del enunciado (10) como 20/2:

$$20 \frac{1}{2} \left\{ \cos [2\pi (20000 + 1000) t] + \cos [2\pi (20000 - 1000) t] \right\}$$

Y se reconoce de inmediato la señal DBL inicial:

$$20 \cos(2\pi 1000 t) \cos(2\pi 20000 t)$$

Su amplitud máxima es:

$$A_t = 20 \text{ V}$$

5.17. Potencias de BLU (I)

Es la potencia de una senoide:

$$p_y = \frac{10^2}{2 \cdot 50} = 1 \text{ W}$$

$$P_y = 30 \text{ dBm}$$

5.18. Potencias de BLU (II)

Puesto que es una senoide:

$$PEP = p_y = 1 \text{ W}$$

$$PEP = P_y = 30 \text{ dBm}$$

5.19. Calidad AM (I)

Filtro de predetección:

- Paso banda.
- Centrado a la frecuencia de portadora.
- Ancho de banda mínimo: el de la modulación AM.

$$B_{predet} = B_{AM} = 2W = 10 \text{ kHz}$$

Filtro de postdetección:

- Paso bajo.
- Ancho de banda mínimo: el de la moduladora.

$$B_{postdet} = W = 5 \text{ kHz}$$

5.20. Calidad AM (II)

Parámetro z :

$$z = \frac{p_R}{N_0 W} = \frac{10^{-9}}{10^{-15} \cdot 5 \cdot 10^3} = 200 \text{ v.p.}$$

$$Z \approx 23 \text{ dB}$$

5.21. Calidad AM (III)

Calidad equivalente a la entrada:

$$\left(\frac{s}{n}\right)_e = \frac{p_R}{N_0 \cdot B_{predet}} = \frac{p_R}{N_0 W \cdot 2} = \frac{z}{2} = 100 \text{ v.p.}$$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_e = 20 \text{ dB}$$

Observaciones:

- No es la calidad que realmente se mide a la entrada, porque incluye ruido interno de los cuadripolos que vienen después.
- Por ello conviene especificar que se trata de una calidad *equivalente*.

5.22. Calidad AM (IV)

Eficiencia frente a la portadora:

$$\eta = \frac{m^2 \langle x_n^2 \rangle}{1 + m^2 \langle x_n^2 \rangle} = \frac{0,5^2 \cdot 0,1}{1 + 0,5^2 \cdot 0,1} \approx 0,0243902439$$

$$g_D = 2\eta \approx 0,04878$$

$$G_D \approx -13,1 \text{ dB}$$

La ganancia de demodulación sale negativa. Esto no quiere decir que la modulación no proteja la información moduladora. Lo que ocurre es que la mayor parte de la potencia de AM no lleva información moduladora, y la eficiencia frente a portadora (desde el punto de vista de potencias) hunde la ganancia de demodulación.

5.23. Calidad AM (V)

Aplicamos la fórmula de la tabla, que tiene en cuenta el proceso de demodulación:

$$\left(\frac{s}{n}\right)_s = \eta \cdot z \approx 4,878 \text{ v.p.}$$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_s (\text{dB}) = 10 \log \left[\left(\frac{s}{n}\right)_s (\text{v.p.}) \right] \approx 6,9$$

Aunque es más directo usar la ganancia de demodulación en unidades logarítmicas:

$$\left(\frac{S}{N}\right)_s = \left(\frac{S}{N}\right)_e + G_D = 20 - 13,1 = 6,9 \text{ dB}$$

No es probable que el sistema funcione adecuadamente con una calidad tan baja.

5.24. Calidad DBL (I)

Parámetro z :

$$z = \frac{p_R}{N_0 W} = \frac{10^{-9}}{10^{-15} \cdot 5 \cdot 10^3} = 200 \text{ v.p.}$$

$$Z \approx 23 \text{ dB}$$

Sale el mismo resultado que para AM, pues los datos básicos en ambos casos son los mismos. El interés del parámetro z radica precisamente en su normalización: permite comparar diferentes modulaciones sin tener en cuenta detalles (el reparto de la potencia RX, el ancho de banda de la señal modulada).

5.25. Calidad DBL (II)

De la tabla:

$$\left(\frac{s}{n}\right)_e = \frac{z}{2} = 100 \text{ v.p.}$$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_e = 20 \text{ dB}$$

El cálculo de calidad *antes* del demodulador también se puede realizar simple y llanamente evaluando la potencia de señal modulada en ese punto y la potencia (total equivalente) de ruido en ese punto (a través del filtro de predetección).

5.26. Calidad DBL (III)

No hace falta calcular nada, directamente de la tabla:

$$g_D = 2 \text{ v.p.}$$

$$G_D \approx 3 \text{ dB}$$

5.27. Calidad DBL (IV)

De la tabla:

$$\left(\frac{s}{n}\right)_s = z = 200 \text{ v.p.}$$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_s \approx 23 \text{ dB}$$

Por supuesto:

$$\left(\frac{S}{N}\right)_s = \left(\frac{S}{N}\right)_e + G_D = 20 + 3 = 23 \text{ dB}$$

El alumno debe comparar con los resultados de AM. La penalización de la eficiencia frente a la portadora pesa mucho.

5.28. Calidad BLU (I)

Como hay una única banda lateral:

$$B_{predet} = B_{postdet} = W = 5 \text{ kHz}$$

5.29. Calidad BLU (II)

No se han variado los datos básicos:

$$z = 200 \text{ v.p.}$$

$$Z \approx 23 \text{ dB}$$

5.30. Calidad BLU (III)

De la tabla:

$$\left(\frac{s}{n}\right)_e = z = 200 \text{ v.p.}$$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_e \approx 23 \text{ dB}$$

5.31. Calidad BLU (IV)

De la tabla:

$$g_D = 1 \text{ v.p.}$$

$$G_D = 0 \text{ dB}$$

No hay ganancia, pues la información moduladora viaja tal cual (desplazada en frecuencia), es decir: no se envía por duplicado en 2 banda laterales.

5.32. Calidad BLU (V)

De la tabla:

$$\left(\frac{s}{n}\right)_s = z = 200 \text{ v.p.}$$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_s \approx 23 \text{ dB}$$

5.33. Parámetros de FM (I)

La señal FM es una senoide:

$$PEP = p_y = \frac{A^2}{2R}$$

$$0,01 = \frac{A^2}{2 \cdot 50}$$

$$A = 1 \text{ V}$$

5.34. Parámetros de FM (II)

Índice de modulación:

$$\beta = \frac{\Delta f}{f_m} = \frac{50}{5} = 10$$

5.35. Parámetros de FM (III)

Ancho de banda de Carson:

$$B_c = 2(\Delta f + f_m) = 2(50 + 5)(\text{k}) = 110 \text{ kHz}$$

5.36. Parámetros de FM (IV)

Valores de la frecuencia instantánea:

$$f_i = f_c + \Delta f \cdot x_n$$

$$f_i(\text{max}) = f_c + \Delta f = 100,05 \text{ MHz}$$

$$f_i(\text{min}) = f_c - \Delta f = 99,95 \text{ MHz}$$

5.37. Parámetros de FM (V)

Expresión temporal genérica de FM:

$$y(t) = A \cos \left[2\pi f_c t + 2\pi \Delta f \int_0^t x_n(\tau) d\tau \right]$$

$$y(t) = 1 \cos \left[2\pi 10^8 t + 2\pi \cdot 50 \cdot 10^3 \int_0^t 1 \cos(2\pi 5000 \tau) d\tau \right]$$

$$y(t) = 1 \cos \left[2\pi 10^8 t + 2\pi \cdot 50 \cdot 10^3 \cdot \frac{1}{2\pi 5000} \sin(2\pi 5000 t) \right]$$

$$y(t) = 1 \cos [2\pi 10^8 t + 10 \sin(2\pi 5000 t)]$$

5.38. Parámetros de FM (VI)

Expresión temporal de FM modulada por un tono coseno:

$$y(t) = A \cos [2\pi f_c t + \beta \sin(2\pi f_m t)]$$

Sustituimos valores:

$$y(t) = 1 \cos [2\pi 10^8 t + 10 \sin(2\pi 5000 t)]$$

5.39. Funciones de Bessel (I)

Se trata de una señal FM modulada por un tono coseno. Parámetros:

$$A = 1 \text{ V}$$

$$p_y = PEP = 0,01 \text{ W}$$

$$f_c = 10 \text{ MHz}$$

$$f_m = 5 \text{ kHz}$$

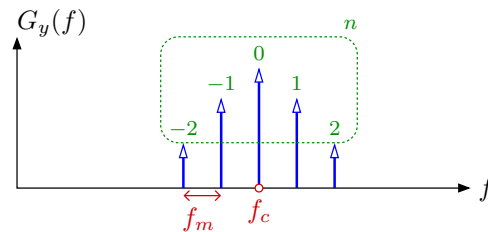
$$\beta = 1$$

$$\Delta f = \beta \cdot f_m = 5 \text{ kHz}$$

$$B_c = 2(\Delta f + f_m) = 20 \text{ kHz}$$

5.40. Funciones de Bessel (II)

En la figura se aprecia la d.e.p. unilateral. Se han dibujado únicamente las deltas del ancho de banda de Carson.



5.41. Funciones de Bessel (III)

Usamos la tabla de valores y las propiedades:

$$J_0(1) = 7,6520 \cdot 10^{-1}$$

$$J_1(1) = 4,4005 \cdot 10^{-1}$$

$$J_{-1}(1) = (-1)^1 \cdot J_1(1) = -4,4005 \cdot 10^{-1}$$

$$J_2(1) = 1,1490 \cdot 10^{-1}$$

$$J_{-2}(1) = (-1)^2 \cdot J_2(1) = 1,1490 \cdot 10^{-1}$$

5.42. Funciones de Bessel (IV)

Expresión de la d.e.p. (bilateral):

$$G_y(f) = \frac{A^2}{4R} \sum_n J_n^2(\beta) [\delta(f - f_c - n f_m) + \delta(f + f_c + n f_m)]$$

Las deltas de la d.e.p. unilateral tendrán:

- En $f = f_c$, $n = 0$, y hay 2 deltas que sumar (f_c y $-f_c$):

$$\frac{A^2}{4R} \cdot J_0^2(\beta) \cdot 2 = \frac{1^2}{4 \cdot 50} \cdot (7,6520 \cdot 10^{-1})^2 \cdot 2 \approx 5,8553 \cdot 10^{-3} \text{ W}$$

- En $f = f_c + f_m$, $n = 1$, y hay 2 deltas que sumar ($f_c + f_m$ y $-f_c - f_m$):

$$\frac{A^2}{4R} \cdot J_1^2(\beta) \cdot 2 = \frac{1^2}{4 \cdot 50} \cdot (4,4005 \cdot 10^{-1})^2 \cdot 2 \approx 1,9364 \cdot 10^{-3} \text{ W}$$

- En $f = f_c - f_m$, $n = -1$, y hay 2 deltas que sumar ($f_c - f_m$ y $-f_c + f_m$):

$$1,9364 \cdot 10^{-3} \text{ W}$$

- En $f = f_c + 2f_m$, $n = 2$, y hay 2 deltas que sumar:

$$\frac{1^2}{4 \cdot 50} \cdot (1,1490 \cdot 10^{-1})^2 \cdot 2 \approx 1,3202 \cdot 10^{-4} \text{ W}$$

- En $f = f_c - 2f_m$, $n = -2$, y hay 2 deltas que sumar:

$$1,3202 \cdot 10^{-4} \text{ W}$$

5.43. Funciones de Bessel (V)

Sumamos las contribuciones de las 5 deltas:

$$p_{carson} = 5,8553 \cdot 10^{-3} + 2 \cdot 1,9364 \cdot 10^{-3} + 2 \cdot 1,3202 \cdot 10^{-4} \approx 9,9922 \cdot 10^{-3} \text{ W}$$

5.44. Funciones de Bessel (VI)

Porcentaje del total en B_c :

$$r = \frac{p_{carson}}{p_y} = \frac{9,9922 \cdot 10^{-3}}{0,01} = 0,99922$$

$$r \approx 99,9 \%$$

5.45. Multiplicador de frecuencia

El multiplicador de frecuencia multiplica por 20 todo el argumento del coseno. Por lo tanto, los parámetros que cambian son:

$$f'_c = 20 \cdot f_c = 200 \text{ MHz}$$

$$\beta' = 20 \cdot \beta = 20$$

Y sus derivados:

$$\Delta f' = \beta' \cdot f_m = 20 \cdot 5(\text{k}) = 100 \text{ kHz}$$

$$B'_c = 2(\Delta f' + f_m) = 210 \text{ kHz}$$

Pero no se modifica f_m .

5.46. Calidad FM (I)

Calidad normalizada z :

$$z = \frac{p_R}{N_0 W} = \frac{10 \cdot 10^{-9}}{10^{-15} \cdot 5000} = 2000 \text{ v.p.}$$

$$Z \approx 33,0 \text{ dB}$$

5.47. Calidad FM (II)

Calidad equivalente a la entrada:

$$D = \frac{\Delta f}{W} = \frac{50}{5} = 10$$

$$\left(\frac{s}{n}\right)_e = \frac{z}{2(D+1)} = \frac{2000}{2(10+1)} = 90.\widehat{90} \text{ v.p.}$$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_e \approx 19,6 \text{ dB}$$

5.48. Calidad FM (III)

Umbral de z :

$$z_u = 40(D+1) = 40(10+1) = 440 \text{ v.p.}$$

$$Z_u \approx 26,4 \text{ dB}$$

5.49. Calidad FM (IV)

Como $W \gg f_{cc}$, la mejora por pre-deénfasis se puede aproximar por:

$$M = \frac{1}{3(f_{cc}/W)^2} = \frac{1}{3 \cdot 0,1^2} = 33.\widehat{3} \text{ v.p.}$$

$$M \approx 15,2 \text{ dB}$$

5.50. Calidad FM (V)

Como $z > z_u$, podemos aplicar la fórmula de la calidad final:

$$\left(\frac{s}{n}\right)_s = 3 \cdot D^2 \cdot \langle x_n^2 \rangle \cdot z \cdot M = 3 \cdot 10^2 \cdot 0,1 \cdot 2000 \cdot 33.\widehat{3} = 2 \cdot 10^6 \text{ v.p.}$$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_s \approx 63,0 \text{ dB}$$

La modulación FM protege mucho a la información moduladora.

5.51. Calidad FM (VI)

La nueva z es 10 veces más pequeña:

$$z = 200 \text{ v.p.}$$

$$Z \approx 23,0 \text{ dB}$$

La calidad equivalente a la entrada también disminuye 10 veces:

$$\left(\frac{s}{n}\right)_e = 9,09 \text{ v.p.}$$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_e \approx 9,6 \text{ dB}$$

El umbral de z no cambia:

$$z_u = 440 \text{ v.p.}$$

$$Z_u \approx 26,4 \text{ dB}$$

La mejora también se mantiene:

$$M = 33,3 \text{ v.p.}$$

$$M \approx 15,2 \text{ dB}$$

Ahora $z \not\geq z_u$. El ruido captura a la señal, y no podemos aplicar la fórmula que calcula la calidad final. El sistema no funciona.

Capítulo 6

Conversión A/D. MIC

6.1. Señal definida por f.d.p. (I)

Los valores de la señal $x(V)$ están caracterizados por una f.d.p. Esto es muy típico en telecomunicaciones, pues las señales que se quieren transmitir son desconocidas a priori, y no admiten bien un modelado determinista. Así, las muestras de la señal siguen unas tendencias estadísticas, y conocemos la probabilidad de encontrarnos con un valor concreto, o con un rango de ellos.

Mirando a la figura, es evidente que el módulo mayor que alcanza x es 1 V. Luego:

$$x_p = 1 \text{ V}$$

6.2. Señal definida por f.d.p. (II)

El área encerrada por una f.d.p. completa es el suceso seguro, es decir: vale 1. Por lo tanto:

$$1 = \int_{-\infty}^{\infty} f_x(x) dx = \int_{-1}^1 f_x(x) dx = 2 \cdot h$$

$$h = 1/2$$

La integral se ha sustituido por el área del rectángulo: *base · altura*.

6.3. Señal definida por f.d.p. (III)

Aunque a simple vista está claro que el valor medio es 0, hacemos el cálculo:

$$\langle x \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x f_x(x) dx = \int_{-1}^1 x \frac{1}{2} dx = \frac{1}{2} \left[\frac{x^2}{2} \right]_{-1}^1 = 0 \text{ V}$$

Nótese que los estadísticos (en este caso el promedio) se calculan *a través de* la f.d.p.

6.4. Señal definida por f.d.p. (IV)

Valor cuadrático medio:

$$\langle x^2 \rangle = \int_{-1}^1 x^2 \frac{1}{2} dx = \frac{1}{2} \left[\frac{x^3}{3} \right]_{-1}^1 = \frac{1}{3} \text{ V}^2$$

6.5. Señal definida por f.d.p. (V)

Como la señal no tiene continua, toda su potencia es de alterna. Entonces:

$$x_{ef}^2 = \langle x^2 \rangle = 1/3$$

$$x_{ef} = 1/\sqrt{3} \text{ V}$$

6.6. Señal definida por f.d.p. (VI)

Como ya sabemos:

$$p_x = \frac{\langle x^2 \rangle}{R} = \frac{1}{150} \text{ W}$$

6.7. MIC: muestreo y regímenes (I)

La frecuencia mínima para no perder información es la frecuencia de Nyquist. Hay que tener en cuenta que la señal analógica recorta su ancho de banda por el filtrado anti-solapamiento:

$$f_{Nyq} = 2W = 2 \cdot 4(\text{k}) = 8 \text{ kHz}$$

6.8. MIC: muestreo y regímenes (II)

Siguiendo el enunciado:

$$f_m = 1,2 \cdot f_{Nyq} = 9,6 \text{ kHz}$$

6.9. MIC: muestreo y regímenes (III)

Régimen binario:

$$R_b = n \cdot f_m = 8 \cdot 9,6(\text{k}) = 76,8 \text{ kbps}$$

6.10. MIC: muestreo y regímenes (IV)

Como el codificador de línea tiene 4 símbolos:

$$k = \log_2(M) = \log_2(4) = 2 \text{ bits/símb.}$$

$$R_s = \frac{R_b}{k} = \frac{76,8(\text{k})}{2} = 38,4 \text{ kbaudios}$$

6.11. Trama MIC (I)

El tiempo de trama coincide necesariamente con el tiempo de muestreo:

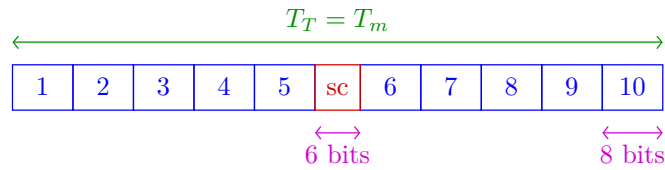
$$T_T = T_m = \frac{1}{f_m} = \frac{1}{9,6(\text{k})} = 1,041\bar{6} \cdot 10^{-4} \text{ s}$$

6.12. Trama MIC (II)

Hay 10 canales vocales de 8 bits cada uno, y 1 canal de señalización y control de 6 bits:

$$N_T = 10 \cdot 8 + 1 \cdot 6 = 86 \text{ bits}$$

En la figura se observa la composición de la trama.



6.13. Trama MIC (III)

Régimen binario:

$$R_b = N_T \cdot f_m = 86 \cdot 9,6(\text{k}) = 825,6 \text{ kb/s}$$

6.14. Procesado de una muestra (I)

Tamaño del escalón (de la escalera uniforme):

$$\Delta = \frac{2 \cdot x_{sc}}{2^n} = \frac{2 \cdot 2}{2^8} = 0,015625 \text{ V}$$

6.15. Procesado de una muestra (II)

Primero calculamos si la muestra se comprime de forma lineal o logarítmica:

$$\frac{|x|}{x_{sc}} = \frac{1}{2} = 0,5 > \frac{1}{A} \approx 0,0142857$$

Comprimimos con la ecuación logarítmica (el signo lo acarreamos aparte):

$$|C(x)| = x_{sc} \frac{1 + \ln\left(A \frac{|x|}{x_{sc}}\right)}{1 + \ln A} = 2 \frac{1 + \ln\left(70 \frac{|-1|}{2}\right)}{1 + \ln 70} \approx 1,735868226$$

$$C(x) \approx -1,735868226 \text{ V}$$

6.16. Procesado de una muestra (III)

Escalón de cuantificación (el signo lo acarreamos aparte):

$$K = E \left[\frac{|C(x)|}{\Delta} \right] \approx E[111,0955664] = 111$$

$$K = -111$$

6.17. Procesado de una muestra (IV)

Como el signo es negativo, el bit de mayor peso es 0. Los $n - 1$ bits restantes corresponden a 111 en binario:

$$-111 \rightarrow 0-1101111$$

6.18. Procesado de una muestra (V)

Valor de reconstrucción (el signo lo acarreamos aparte):

$$|\widehat{C}(x)| = \Delta(|K| + 0,5) = 0,015625(111 + 0,5) = 1,7421875 \text{ V}$$

$$\widehat{C}(x) = -1,7421875 \text{ V}$$

El alumno debe comprobar que este valor es muy similar a $C(x)$.

6.19. Procesado de una muestra (VI)

Ecuación del expansor, en la zona logarítmica (el signo lo acarreamos aparte):

$$|\hat{x}| = \frac{x_{sc}}{A} \exp \left[\frac{1 + \ln A}{x_{sc}} |\widehat{C}(x)| - 1 \right]$$

$$|\hat{x}| = \frac{2}{70} \exp \left[\frac{1 + \ln 70}{2} 1,7421875 - 1 \right] \approx 1,016721608$$

$$\hat{x} \approx -1,016721608 \text{ V}$$

El alumno debe comprobar que este valor es muy similar a x .

6.20. Procesado de una muestra (VII)

Error del sistema (causado por la cuantificación):

$$|q| = |x - \hat{x}| \approx |-1 + 1,016721608| = 0,016721608 \text{ V}$$

Es típico calcular el módulo del error, ya que el signo no suele ser relevante.

6.21. Calidad MIC (I)

Potencia de ruido de cuantificación:

$$\langle q^2 \rangle = \frac{\Delta^2}{12} = \frac{x_{sc}^2}{3 \cdot 2^{2n}} = \frac{x_{sc}^2}{3 \cdot L^2} = \frac{1^2}{3 \cdot 512^2} = \frac{1}{786432} \text{ V}^2$$

$$p_q = \frac{1}{786432} \text{ W}$$

6.22. Calidad MIC (II)

Potencia de señal deseada:

$$p_x = \frac{0,5^2}{2 \cdot 1} = \frac{1}{8} = 0,125 \text{ W}$$

6.23. Calidad MIC (III)

Ganancia de compansión:

$$g_c(\text{v.p.}) = \left(\frac{87,6}{1 + \ln 87,6} \right)^2 \approx 256,2076384$$

$$G_c \approx 24,09 \text{ dB}$$

Aunque es muy típico tomar el valor menos exacto $G_c \approx 24,0 \text{ dB}$.

6.24. Calidad MIC (IV)

Calidad señal a ruido de cuantificación:

$$\left(\frac{s}{n}\right)_q = \frac{p_x}{p_q} g_c$$

$$\left(\frac{s}{n}\right)_q \approx 25186235,68 \text{ v.p.}$$

$$\left(\frac{s}{n}\right)_q \approx 74,0 \text{ dB}$$

6.25. Calidad MIC (V)

Número de bits por nivel:

$$L = 2^n; 512 = 2^n; n = 9 \text{ bits}$$

Corrección por dispersión de amplitudes para una senoide:

$$-10 \log \left[\frac{K_c^2}{3} \right] \approx +1,76 \text{ dB}$$

Corrección por no trabajar a fondo de escala:

$$-20 \log \left[\frac{x_{sc}}{x_p} \right] = -20 \log \left[\frac{x_{sc}}{x_p} \right] = -20 \log \left[\frac{1}{0,5} \right] \approx -6,02 \text{ dB}$$

Calidad:

$$\left(\frac{S}{N}\right)_q (\text{dB}) \approx 6n - 10 \log \left[\frac{K_c^2}{3} \right] - 20 \log \left[\frac{x_{sc}}{x_p} \right] + G_c$$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_q (\text{dB}) \approx 6 \cdot 9 + 1,76 - 6,02 + 24,09 \approx 73,8 \text{ dB}$$

La diferencia respecto al resultado del EB anterior, que es tolerable en ingeniería, se debe fundamentalmente a la aproximación en el término de resolución del cuantificador: el valor exacto es $20 \log(2) \cdot n$, en lugar de $6 \cdot n$. Puede parecer una diferencia pequeña, pero en este caso va multiplicada por $n = 9$, de forma que aumenta 9 veces.

Capítulo 7

TX digital BB filtrada

7.1. Criterio de Nyquist (I)

Aplicamos el Criterio de Nyquist:

$$W = \frac{R_s}{2} = \frac{100(\text{M})}{2} = 50 \text{ MHz}$$

7.2. Criterio de Nyquist (II)

El régimen simbólico máximo por el canal, sin IIS, es $R_s = 100$ Mbaudios.

Primer caso: R_{s1} es mayor que el máximo. Luego sí hay IIS.

Segundo caso: R_{s2} es la mitad del máximo (un submúltiplo). Por lo tanto la transmisión está libre de IIS, aunque la velocidad es subóptima.

Tercer caso: R_{s3} no es un submúltiplo del máximo. Matemáticamente hay IIS. Sin embargo, como la forma temporal del canal (una sinc) se amortigua asintóticamente al alejarse del centro del símbolo, un régimen simbólico mucho más bajo que el máximo está aproximadamente libre de IIS, desde el punto de vista de la ingeniería.

7.3. Criterio de Nyquist (III)

Como siempre, tomamos el mínimo para evitar IIS:

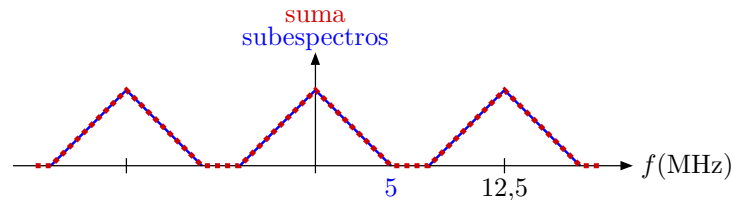
$$W = \frac{R_s}{2} = \frac{100(\text{M})}{2} = 50 \text{ MHz}$$

$$B = W(1 + \alpha) = 50(\text{M})(1 + 0,5) = 74 \text{ MHz}$$

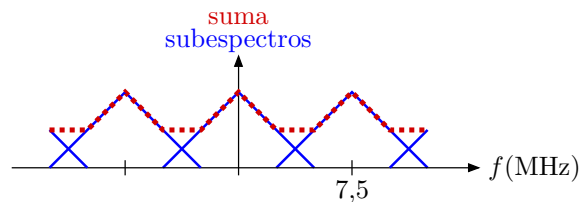
7.4. Criterio de Nyquist en f

Hay que comprobar si la suma de subespectros desplazados es cte.

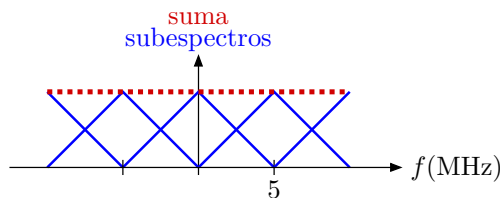
Primer caso: $R_{s1} = 12,5$ Mbaudios. Los subespectros desplazados (en azul) están centrados en $\pm 12,5, \pm 25, \dots$. En la figura se aprecia que la suma (rojo discontinuo) no es cte. Por lo tanto, sí hay IIS.



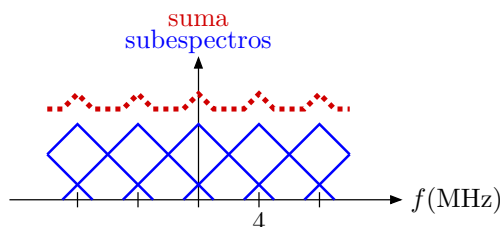
Segundo caso: $R_{s2} = 7,5$ Mbaudios. Los subespectros desplazados (en azul) están centrados en $\pm 7,5, \pm 15, \dots$. En la figura se aprecia que la suma (rojo discontinuo) no es cte. Por lo tanto, sí hay IIS.



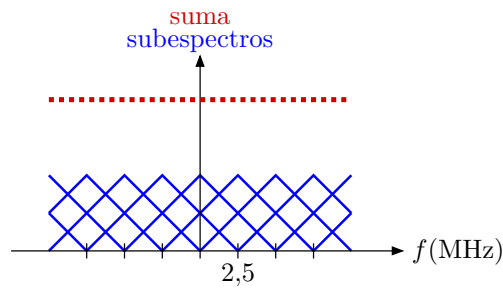
Tercer caso: $R_{s3} = 5$ Mbaudios. Los subespectros desplazados (en azul) están centrados en $\pm 5, \pm 10, \dots$. En la figura se aprecia que la suma (rojo discontinuo) sí es cte. Por lo tanto, no hay IIS. (Se transmite al régimen binario máximo sin IIS.)



Cuarto caso: $R_{s4} = 4$ Mbaudios. Los subespectros desplazados (en azul) están centrados en $\pm 4, \pm 8, \dots$. Ahora la figura es más confusa, pero aún así se aprecia que la suma (rojo discontinuo) no es cte. Por lo tanto, sí hay IIS.



Quinto caso: $R_{s5} = 2,5$ Mbaudios. Los subespectros desplazados (en azul) están centrados en $\pm 2,5, \pm 5, \dots$. Ahora la figura es más confusa, pero aún así se aprecia que la suma (rojo discontinuo) es cte. Por lo tanto, no hay IIS.



7.5. Criterio de Nyquist vs. Teorema del Muestreo (I)

Conversión A/D:

Ancho de banda de la señal analógica: $W = 4$ kHz

Frecuencia de muestreo: $f_m = f_{Nyq} = 2W = 8$ kHz

Régimen binario: $R_b = n \cdot f_m = 8 \cdot 8(k) = 64$ kb/s

Para calcular f_m hemos aplicado el Teorema del Muestreo.

7.6. Criterio de Nyquist vs. Teorema del Muestreo (II)

Transmisión digital BB:

Régimen simbólico: $R_s = \frac{R_b}{k} = R_b = 64$ kbaudios

Ancho de banda: $W = \frac{R_s}{2} = 32$ kHz

Para calcular W hemos aplicado el Criterio de Nyquist.

Capítulo 8

TX digital BB con ruido

8.1. Dependencia lineal (I)

Dos señales son linealmente dependientes cuando una de ellas es igual a la otra multiplicada por una constante. Es importante resaltar que sólo se multiplica por una cte.; no se desplaza en el tiempo, no se desfasa angularmente, no se cambian frecuencias.

Varias señales son l.d. cuando alguna de ellas se puede obtener como una combinación lineal de las demás.

Primer caso: $\{x_1, x_2\}$. Son linealmente dependientes porque $x_2 = -1 \cdot x_1$.

Segundo caso: $\{x_1, x_3\}$. Son linealmente independientes. Al ser disjuntas en el tiempo es imposible obtener una en función (lineal) de la otra. ($x_1 \neq k \cdot x_3$.)

Tercer caso: $\{x_1, x_4\}$. Son linealmente independientes. Es imposible obtener la segunda mitad de x_4 como función lineal de x_1 .

Cuarto caso: $\{x_1, x_3, x_4\}$. El alumno ya debe tener claro que son l.i. por parejas. Pero x_1, x_3 y x_4 sí dependen linealmente entre sí, pues $x_4 = 1 \cdot x_1 + 2 \cdot x_3$.

8.2. Dependencia lineal (II)

Primer caso: $\{x_1, x_2\}$. Son linealmente dependientes porque $x_2 = -3 \cdot x_1$.

Segundo caso: $\{x_1, x_3\}$. Un seno se obtiene desfasando un coseno, pero no basta con multiplicar por una cte. Por lo tanto, son l.i.

Tercer caso: $\{x_1, x_4\}$. De nuevo se trata de un desfasaje: son l.i. Si el alumno no lo ve claro, puede desarrollar el coseno de la suma:

$$x_4 = \cos(2\pi t + \pi/4) = \cos(\pi/4) \cos(2\pi t) - \sin(\pi/4) \sin(2\pi t)$$

$$x_4 = (\sqrt{2}/2) \cos(2\pi t) - (\sqrt{2}/2) \sin(2\pi t)$$

Y la parte seno de x_4 no se puede obtener linealmente a partir del coseno de x_1 .

Cuarto caso: $\{x_1, x_5\}$. Este desfasaje cambia el sen a cos:

$$x_5 = 5 \sin(2\pi t + \pi/2) = 5 \cdot \sin(2\pi t) \cdot 0 + 5 \cdot \cos(2\pi t) \cdot 1 = 5 \cos(2\pi t)$$

Ahora es evidente que $x_5 = 5 \cdot x_1$. Son l.d.

Quinto caso: $\{x_1, x_6\}$. Son l.i., pues el cambio de frecuencia no se puede obtener de forma lineal.

Sexto caso: $\{x_1, x_3, x_4\}$. El alumno ya sabe que las 3 señales son l.i. por parejas. Sin embargo:

$$x_4 = (\sqrt{2}/2) \cos(2\pi t) - (\sqrt{2}/2) \sin(2\pi t)$$

$$x_4 = (\sqrt{2}/2) \cdot x_1 - (\sqrt{2}/10) \cdot x_3$$

Luego x_1, x_3 y x_4 sí dependen linealmente entre sí.

8.3. Normalización en energía (I)

Como cuestión de notación, el pulso original es:

$$\phi(t) = A \prod\left(\frac{t-t_0}{T}\right)$$

Calculamos la energía de ϕ :

$$E_\phi = p \cdot T = \frac{A^2}{R} T$$

Y dividimos ϕ por la raíz de su energía:

$$\psi(t) = \frac{\phi(t)}{\sqrt{E_\phi}} = \sqrt{\frac{R}{T}} \prod\left(\frac{t-t_0}{T}\right)$$

8.4. Normalización en energía (II)

Calculamos la energía de ϕ :

$$E_\phi = p \cdot T = \frac{A^2}{2R} T$$

Y dividimos ϕ por la raíz de su energía:

$$\psi(t) = \frac{\phi(t)}{\sqrt{E_\phi}} = \sqrt{\frac{2R}{T}} \cos(2\pi 10 t)$$

8.5. Normalización en energía (III)

La señal ϕ está definida en potencia (su energía diverge). No se puede normalizar en energía.

8.6. Producto escalar (I)

Energías:

$$E_{x1} = p \cdot T = \frac{(\sqrt{3})^2}{1} \cdot \frac{1}{3} = 1 \text{ J}$$

$$E_{x2} = 1^2 \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{3} \text{ J}$$

$$E_{x3} = E_{x1} = 1 \text{ J}$$

$$E_{x4} = \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{6} \text{ J}$$

Están normalizadas en energía x_1 y x_3 .

8.7. Producto escalar (II)

Antes de realizar ningún cálculo, es obvio que x_1 depende linealmente de sí misma, y no es ortogonal consigo.

Producto escalar:

$$\langle x_1, x_1 \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} (x_1 \cdot x_1) dt = \int_0^{1/3} (\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}) dt = 3 [t]_0^{1/3} = 1$$

Confirmamos que no hay ortogonalidad. El producto escalar nos da la proyección de x_1 sobre sí misma.

Nótese que, por el modo en que está definido, el producto escalar de una señal consigo es siempre la energía de la señal sobre 1Ω .

8.8. Producto escalar (III)

Antes de realizar ningún cálculo, es obvio que x_2 tiene una proyección no nula sobre x_1 . Esto implica que no son ortogonales. De los anteriores EB ya sabemos que son l.i.

Producto escalar:

$$\langle x_1, x_2 \rangle = \int_0^{1/3} (\sqrt{3} \cdot 1) dt = \sqrt{3} [t]_0^{1/3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Confirmamos que no son ortogonales. En cuanto a la proyección, debe ser el valor que permite obtener, a partir de una señal, lo que tiene la otra de común con la primera. Veámoslo:

Ambas señales coinciden en el primer tercio del tiempo, y es donde tendrán proyección. En ese tercio, si multiplicamos la amplitud de x_1 por la proyección, obtenemos efectivamente la amplitud de x_2 . Pero si partimos de x_2 , tenemos que *dividir* su amplitud por la proyección para llegar a la amplitud de x_1 . A fin de cuentas el producto escalar de una señal consigo es su energía, y si la señal sobre la que se proyecta no está normalizada en energía, no obtendremos el resultado esperado.

Para evitar este tipo de sutilezas, el alumno debe proyectar, mediante el producto escalar, siempre sobre señales normalizadas en energía. (El producto escalar siempre proyecta, pero si la normalización no es la adecuada, el resultado no es el esperado.)

8.9. Producto escalar (IV)

Antes de realizar ningún cálculo, es obvio que las señales son ortogonales, pues son disjuntas en el tiempo, y su producto es nulo. La ortogonalidad fuerza la independencia lineal.

Producto escalar:

$$\langle x_2, x_3 \rangle = \int 0 dt = 0$$

No hay proyección entre las señales.

8.10. Producto escalar (V)

Antes de realizar ningún cálculo, es obvio que x_2 tiene una proyección no nula sobre x_4 . Esto implica que no son ortogonales.

Producto escalar:

$$\langle x_2, x_4 \rangle = \int_{1/3}^{2/3} \left(1 \cdot \frac{1}{2} \right) dt = \frac{1}{2} [t]_{1/3}^{2/3} = \frac{1}{6}$$

Confirmamos que no son ortogonales. En cuanto a la proyección, no nos permite obtener x_2 a partir de x_4 , ni x_4 a partir de x_2 , porque ninguna de las 2 señales está normalizada en energía.

La moraleja es evidente: tal y como comentamos en un EB anterior, si para proyectar usa el producto escalar, debe proyectar siempre sobre una señal normalizada en energía.

8.11. Producto escalar (VI)

Energías:

$$E_{x1} = p \cdot T = \frac{(\sqrt{2})^2}{2 \cdot 1} \cdot 1 = 1 \text{ J}$$

$$E_{x2} = \frac{9 \cdot 2}{2} \cdot 1 = 9 \text{ J}$$

$$E_{x3} = E_{x4} = E_{x5} = E_{x1} = 1 \text{ J}$$

$$E_{x6} = \frac{1}{2} \cdot 1 = 0,5 \text{ J}$$

Excepto x_2 y x_6 las demás están normalizadas en energía.

8.12. Producto escalar (VII)

Primer caso: $\langle x_1, x_2 \rangle$.

$$\langle x_1, x_2 \rangle = \int_0^1 (3\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}) \cos^2(2\pi t) dt = 6 \int_0^1 \frac{1}{2} [1 + \cos(2\pi \cdot 2t)] dt$$

$$\langle x_1, x_2 \rangle = 3 [t]_0^1 + \frac{3}{2\pi \cdot 2} [\sin(2\pi \cdot 2t)]_0^1 = 3$$

Que es exactamente el resultado esperado: podemos obtener x_2 multiplicando x_1 por 3. Es obvio que las señales son l.d.

Segundo caso: $\langle x_1, x_3 \rangle$.

$$\langle x_1, x_3 \rangle = \int_0^1 (\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}) \frac{1}{2} [\sin(0) + \sin(2\pi \cdot 2t)] dt = 0$$

Las funciones cos y sen son ortogonales. (O si se prefiere: un desfase de 90° entre sinusoides de igual frecuencia da lugar a ortogonalidad.) Por lo tanto son l.i.

Tercer caso: $\langle x_1, x_4 \rangle$.

$$\langle x_1, x_4 \rangle = \int_0^1 2 \frac{1}{2} [\cos(\pi/4) + \cos(2\pi \cdot 2t + \pi/4)] dt = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Ambas sinusoides están normalizadas en energía. Si estuvieran en fase, la proyección sería 1; como hay un desfase de 45° , la unidad se ve afectada por el $\cos(\pi/4)$. Las señales no son ortogonales, pero son l.i.

Cuarto caso: $\langle x_1, x_5 \rangle$.

$$\langle x_1, x_5 \rangle = \int_0^1 2 \frac{1}{2} [\cos(2\pi t) + \cos(6\pi t)] dt = 0$$

Por ahora, y hasta que no se analice adecuadamente el problema en el capítulo 9, 2 símbolos sinusoidales de diferente frecuencia son ortogonales.

Quinto caso: $\langle x_2, x_6 \rangle$.

$$\langle x_2, x_6 \rangle = \int_0^1 3\sqrt{2} \frac{1}{2} [1 + \cos(2\pi 2t)] dt = \frac{3}{\sqrt{2}}$$

Existe proyección, pues son señales l.d. Sin embargo, el producto escalar no tiene el valor esperado: ninguna de las 2 señales está normalizada en energía, y la cte. obtenida no es el factor que, multiplicando a una de las señales, da lugar a la otra.

Se puede proyectar sobre una señal que no esté normalizada en energía, pero no usando el producto escalar.

8.13. Producto escalar (VIII)

Calculamos las energías como potencias desarrolladas en el tiempo de símbolo:

$$E_1 = p \cdot T = \frac{A^2}{2R} T = \frac{(\sqrt{10})^2}{2 \cdot 50} 10 = 1 \text{ J} \quad (\text{normalizada})$$

$$E_2 = \frac{(3\sqrt{10})^2}{2 \cdot 50} 10 = 9 \text{ J} \quad (\text{NO normalizada})$$

$$E_3 = \frac{(1)^2}{2 \cdot 50} 10 = 0,1 \text{ J} \quad (\text{NO normalizada})$$

Calculamos las energías mediante el producto escalar (¡cuidado, R no es unitaria!):

$$E_1 = \frac{\langle x_1, x_1 \rangle}{R} = \frac{1}{50} \int_0^{10} (\sqrt{10})^2 \cos^2(2\pi t) dt = \frac{10}{50} \frac{1}{2} \int_0^{10} [1 + \cos(2\pi 2t)] dt$$

$$E_1 = \frac{1}{10} [t]_0^{10} = \frac{10}{10} = 1 \text{ J}$$

$$E_2 = \frac{\langle x_2, x_2 \rangle}{R} = \frac{1}{50} \int_0^{10} (3\sqrt{10})^2 \cos^2(2\pi t) dt = 9 \text{ J}$$

$$E_3 = \frac{\langle x_3, x_3 \rangle}{R} = \frac{1}{50} \int_0^{10} (1)^2 \cos^2(2\pi t) dt = 0,1 \text{ J}$$

8.14. Producto escalar (IX)

Proyección de x_2 sobre x_1 : como x_1 está normalizada en energía, podemos usar el producto escalar.

$$c_{21} = \frac{\langle x_2, x_1 \rangle}{R} = \frac{1}{50} \int_0^{10} 3 \sqrt{10} \sqrt{10} \cos^2(2\pi t) dt = \frac{3 \cdot 10}{50 \cdot 2} 10 = 3$$

$$\text{Efectivamente: } x_2 = c_{21} \cdot x_1 = [3] \cdot [\sqrt{10} \cos(2\pi t)]$$

Proyección de x_3 sobre x_1 : como x_1 está normalizada en energía, podemos usar el producto escalar.

$$c_{31} = \frac{\langle x_3, x_1 \rangle}{R} = \frac{1}{50} \int_0^{10} 1 \sqrt{10} \cos^2(2\pi t) dt = \frac{\sqrt{10}}{50 \cdot 2} 10 = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$\text{Efectivamente: } x_3 = c_{31} \cdot x_1 = \left[\frac{1}{\sqrt{10}} \right] \cdot [\sqrt{10} \cos(2\pi t)]$$

Proyección de x_1 sobre x_3 : como x_3 NO está normalizada en energía, el producto escalar da un resultado incorrecto. En todo caso, la proyección c_{13} es el coeficiente que multiplicado por x_3 nos permite obtener x_1 .

$$x_1 = \frac{1}{c_{31}} \cdot x_3$$

$$\text{Luego: } c_{13} = \frac{1}{c_{31}} = \sqrt{10}$$

Proyección de x_2 sobre x_3 : ninguna de las señales está normalizada en energía, el producto escalar da un resultado incorrecto. En todo caso, la proyección c_{23} es el coeficiente que multiplicado por x_3 nos permite obtener x_2 .

$$c_{23} \neq \frac{\langle x_2, x_3 \rangle}{R} = \frac{1}{50} \int_0^{10} (1) (3 \sqrt{10}) \cos^2(2\pi t) dt = \frac{3 \sqrt{10}}{50 \cdot 2} 10 = \frac{3}{\sqrt{10}}$$

$$\text{Es obvio que: } c_{23} = 3 \sqrt{10}$$

8.15. Elección de una base. Pulsos

Existen las siguientes relaciones entre las 4 señales:

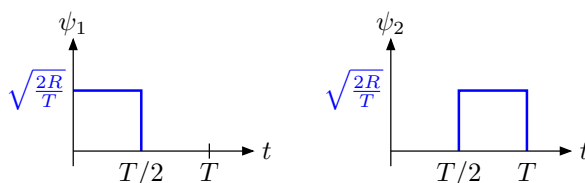
- $x_2 = -x_1$
- $x_4 = -x_3$
- $\langle x_1, x_3 \rangle = \langle x_1, x_4 \rangle = 0$
- $\langle x_2, x_3 \rangle = \langle x_2, x_4 \rangle = 0$

Se requiere una base ortonormal de dimensión 2. Hay dos buenas elecciones:

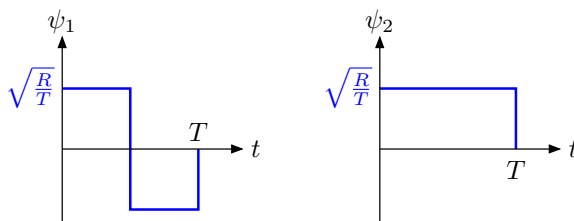
1. Base de pulsos disjuntos en t , con duración $T/2$:

$$\psi_1 = \sqrt{\frac{2R}{T}} \Pi \left[\frac{t - (T/4)}{T/2} \right] \quad (\text{centrado en } T/4)$$

$$\psi_2 = \sqrt{\frac{2R}{T}} \Pi \left[\frac{t - (3T/4)}{T/2} \right] \quad (\text{centrado en } 3T/4)$$



2. Base a partir de x_1 y x_3 :



8.16. Elección de una base. Sinusoides isofrecuencia

La mejor elección es la base IQ que define el plano isofrecuencia. En él se puede representar una senoide con cualquier amplitud y desfase. También se pueden representar combinaciones lineales de sinusoides con amplitudes y fases arbitrarias.

$$\psi_1 = \sqrt{\frac{2R}{T}} \cos(2\pi f_0 t)$$

$$\psi_2 = -\sqrt{\frac{2R}{T}} \sin(2\pi f_0 t)$$

8.17. Elección de una base. Sinusoides multifrecuencia

Por ahora, y hasta que no se estudie el problema con detalle, consideraremos que símbolos sinusoidales de diferentes frecuencias son ortogonales. Entonces, existen las siguientes relaciones entre las señales:

- $x_4 = 4 \cdot x_1$
- $\langle x_1, x_2 \rangle = \langle x_1, x_3 \rangle = 0$
- $x_5 = x_1 - 0,5 \cdot x_3$

Y una buena base ortonormal es:

$$\psi_1 = \sqrt{\frac{2R}{T}} \cos(2\pi f_0 t)$$

$$\psi_2 = \sqrt{\frac{2R}{T}} \cos(2\pi 3f_0 t)$$

$$\psi_3 = \sqrt{\frac{2R}{T}} \sin(2\pi 10f_0 t) \quad (\text{positiva o negativa, según se prefiera})$$

8.18. Sustitución de integrales por energías

(Nota previa: los productos escalares pedidos NO son los coeficientes de proyección. Es fácil comprobar que ninguna de las señales está normalizada en energía, y además no se han normalizado los productos escalares a la carga.)

Primer producto escalar:

$$\langle x_1, x_2 \rangle = 5 \cdot 10^{-4} \cdot 8 \cdot 10^{-3} \int_0^{10^{-6}} \cos(2\pi 10^8 t) \cos(2\pi 10^8 t) dt$$

Donde la integral es la energía de una senoide unitaria de duración 10^{-6} sobre 1 Ω :

$$E = p \cdot T = \frac{1^2}{2 \cdot 1} \cdot 10^{-6} = 0,5 \cdot 10^{-6}$$

Y sustituyendo queda:

$$\langle x_1, x_2 \rangle = 5 \cdot 10^{-4} \cdot 8 \cdot 10^{-3} \cdot 0,5 \cdot 10^{-6} = 20 \cdot 10^{-13}$$

Segundo producto escalar:

$$\begin{aligned} \langle x_2, x_3 \rangle = & 1,6 \cdot 10^{-7} \int_0^{10^{-6}} \cos(2\pi 10^8 t) \cos(2\pi 10^8 t) dt + \\ & - 1,6 \cdot 10^{-7} \int_0^{10^{-6}} \cos(2\pi 10^8 t) \sin(2\pi 10^8 t) dt \end{aligned}$$

La primera integral vale $0,5 \cdot 10^{-6}$. La segunda se anula, porque coseno y seno son ortogonales. Sustituyendo queda:

$$\langle x_2, x_3 \rangle = 1,6 \cdot 10^{-7} \cdot 0,5 \cdot 10^{-6} = 0,8 \cdot 10^{-13}$$

8.19. Atenuación del medio

Tiempo de símbolo:

$$R_s = R_b = 10 \text{ Mbaudios}$$

$$T_s = 1/R_s = 10^{-7} \text{ s}$$

Energías en el transmisor:

$$E_{t1} = \frac{10^2}{50} \cdot 10^{-7} = 2 \cdot 10^{-7} \text{ J}$$

$$E_{t2} = 0 \text{ J}$$

Aplicamos la atenuación del medio:

$$ATN = 60 \text{ dB} \rightarrow 10^6 \text{ v.p.} \rightarrow 10^3 \text{ v.s.}$$

$$A_{r1} = \frac{A_{t1}}{atn} = \frac{10}{10^3} = 0,01 \text{ V}$$

$$A_{r2} = 0 \text{ V}$$

$$E_{r1} = \frac{E_{t1}}{atn} = \frac{2 \cdot 10^{-7}}{10^6} = 2 \cdot 10^{-13} \text{ J}$$

$$E_{r2} = 0 \text{ J}$$

El alumno puede (y debe) comprobar que E_{r1} es la energía de un pulso cuadrado de amplitud A_{r1} , sobre 50Ω .

8.20. BER. Estudio de un caso (I)

Como el RX es binario, régimen simbólico y binario coinciden numéricamente:

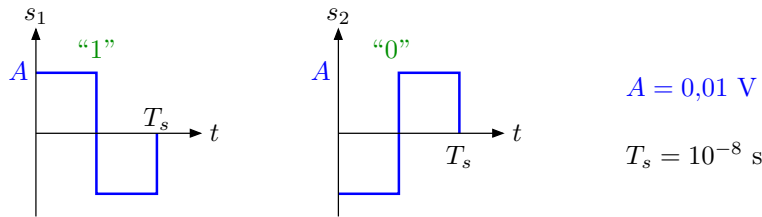
$$R_s = R_b = 100 \text{ Mbaudios}$$

Y el tiempo de símbolo es:

$$T_s = 1/R_s = 10^{-8} \text{ s}$$

(Nótese que para este código, el tiempo del pulso más estrecho que queremos enviar —el tiempo que fija el ancho de banda— es la mitad del tiempo de símbolo.)

En la figura aparecen los 2 símbolos recibidos Manchester, con sus parámetros más importantes



8.21. BER. Estudio de un caso (II)

Las señales son l.d:

$$s_2 = -s_1$$

Se pueden elegir diferentes bases, pero la más lógica es s_1 normalizada (o s_2 normalizada). De este modo se resalta el hecho de que basta con una única dimensión. Calculamos la energía de s_1 , y normalizamos:

$$E_{s1} = E_{s2} = p \cdot T = \frac{A^2}{R} \cdot T_s = \frac{0,01^2}{50} \cdot 10^{-8} = 2 \cdot 10^{-14} \text{ J}$$

$$\psi = \frac{s_1}{\sqrt{E_{s1}}}$$

$$A_\psi = \frac{0,01}{\sqrt{2 \cdot 10^{-14}}} = \frac{10^5}{\sqrt{2}}$$

La señal ψ es igual que s_1 , pero con una amplitud A_ψ .

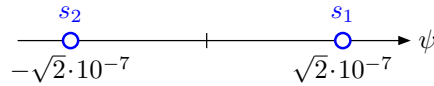
Coordenadas:

$$\frac{\langle s_1, \psi \rangle}{R} = 0,01 \cdot \frac{10^5}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1^2}{50} \cdot 10^{-8} = \sqrt{2} \cdot 10^{-7}$$

$$\frac{\langle s_2, \psi \rangle}{R} = -\sqrt{2} \cdot 10^{-7}$$

En el primer producto escalar hemos sustituido la integral por la energía correspondiente. El segundo producto escalar es necesariamente igual al primero cambiado de signo, por mera simetría.

En la figura tenemos la representación geométrica de las señales recibidas Manchester.



8.22. BER. Estudio de un caso (III)

Estamos en un sistema MS (Máxima Semejanza), ya que los 2 símbolos son equiprobables. Sobre el eje unidimensional ψ , el umbral óptimo estará equidistante de s_1 y s_2 . Por lo tanto, se sitúa en 0.

8.23. BER. Estudio de un caso (IV)

La distancia, como raíz de energía, entre los 2 símbolos, es:

$$d = 2\sqrt{2} \cdot 10^{-7}$$

El ruido, como desviación típica, vale:

$$\sigma_0 = \sqrt{N_0/2} = \sqrt{1,07167 \cdot 10^{-15}/2} \approx 2,31481 \cdot 10^{-8}$$

Aplicamos la fórmula de la calidad:

$$P_b = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{d}{\sigma_0 2\sqrt{2}} \right) \approx \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{2\sqrt{2} \cdot 10^{-7}}{2,31481 \cdot 10^{-8} \cdot 2\sqrt{2}} \right) \approx \frac{1}{2} \operatorname{erfc} (4,32)$$

$$P_b \approx \frac{1}{2} \cdot 1,0000 \cdot 10^{-9} = 5 \cdot 10^{-10}$$

8.24. BER. Estudio de un caso (V)

La señal diferencia es:

$$s_d = s_1 - s_2 = \sqrt{2} \cdot 10^{-7} \cdot \psi + \sqrt{2} \cdot 10^{-7} \cdot \psi = 2\sqrt{2} \cdot 10^{-7} \cdot \psi$$

O si se prefiere:

$$s_d = s_1 - s_2 = 2 \cdot s_1 \quad (\text{con amplitud } A = 0,02 \text{ V})$$

Energía de la señal diferencia:

$$\langle s_d, s_d \rangle / R = 4 \cdot 2 \cdot 10^{-14} \cdot 1 = 8 \cdot 10^{-14} \text{ J}$$

8.25. BER. Estudio de un caso (VI)

Calidad con la fórmula de la energía de la señal diferencia:

$$P_b = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{1}{2} \sqrt{\frac{E_d}{N_0}} \right) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{1}{2} \sqrt{\frac{8 \cdot 10^{-14}}{1,07167 \cdot 10^{-15}}} \right) \approx \frac{1}{2} \operatorname{erfc} (4,32)$$

Que es exactamente el resultado que obtuvimos con la otra fórmula.

Capítulo 9

Modulaciones digitales

9.1. 4ASK: constelación RX

La constelación tiene 1 dimensión. La señal base normalizada es:

$$\sqrt{\frac{2R}{T}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 50}{100 \cdot 10^{-6}}} = 1000$$

$$\psi(t) = \sqrt{\frac{2R}{T}} \cos(2\pi f_0 t) = 1000 \cos(2\pi f_0 t)$$

Con la atenuación del medio pasamos a señales RX:

$$atn = 10^{(120/20)} = 10^6 \text{ v.s.}$$

$$s_1 = -3 \cdot 10^{-6} \cos(2\pi f_0 t)$$

$$s_2 = -1 \cdot 10^{-6} \cos(2\pi f_0 t)$$

$$s_3 = +1 \cdot 10^{-6} \cos(2\pi f_0 t)$$

$$s_4 = +3 \cdot 10^{-6} \cos(2\pi f_0 t)$$

Es inmediato comprobar que las coordenadas o proyecciones sobre ψ son:

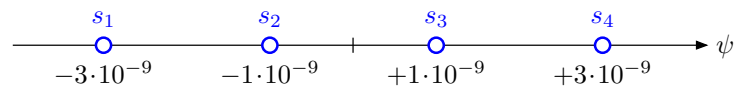
$$c_1 = -3 \cdot 10^{-9}$$

$$c_2 = -1 \cdot 10^{-9}$$

$$c_3 = +1 \cdot 10^{-9}$$

$$c_4 = +3 \cdot 10^{-9}$$

En la figura se observa la constelación 4ASK recibida.



9.2. 4ASK: energías RX

Podemos calcular las energía como potencias desarrolladas durante el tiempo de un símbolo:

$$E_1 = p \cdot T = \frac{(3 \cdot 10^{-6})^2}{2 \cdot 50} \cdot 100 \cdot 10^{-6} = 9 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

Pero es más cómodo e inmediato aprovechar que las coordenadas son raíz de energía:

$$E_1 = c_1^2 = (-3 \cdot 10^{-9})^2 = 9 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

$$E_2 = c_2^2 = (-1 \cdot 10^{-9})^2 = 1 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

$$E_3 = c_3^2 = E_2 = 1 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

$$E_4 = c_4^2 = E_1 = 9 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

Las 2 últimas energías no hace falta calcularlas, pues sabemos sus valores por simetría.

9.3. 4ASK: energía media

Basta con promediar las energías:

$$E_s = \frac{E_1 + E_2 + E_3 + E_4}{4}$$

Pero es mejor simplificar teniendo en cuenta las simetrías (en este caso simetría par respecto al origen):

$$E_s = \frac{E_1 + E_2}{2} = \frac{1}{2} (9 \cdot 10^{-18} + 1 \cdot 10^{-18}) = 5 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

La distancia entre símbolos contiguos es, por ejemplo, la distancia entre s_2 y s_3 :

$$d = 1 \cdot 10^{-9} + 1 \cdot 10^{-9} = 2 \cdot 10^{-9}$$

Y como las distancias en un eje normalizado son raíz de energía, la energía entre símbolos contiguos es el cuadrado de la distancia entre ellos:

$$E_d = d^2 = 4 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

9.4. 4ASK: calidad

Probabilidad de símbolo erróneo:

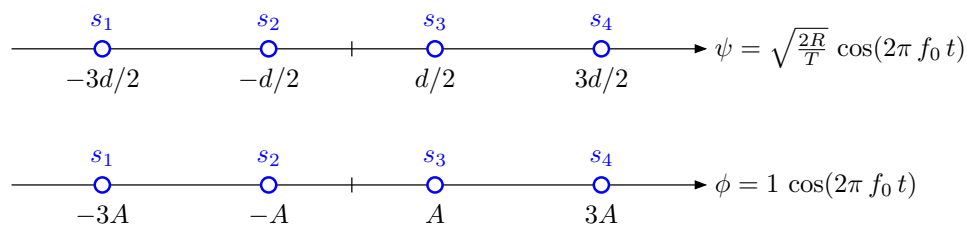
$$P_s = \frac{4-1}{4} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{3}{4^2-1} \cdot \frac{5 \cdot 10^{-18}}{7 \cdot 10^{-20}}} \right) \approx \frac{3}{4} \operatorname{erfc}(3,78) = \frac{3}{4} \cdot 9 \cdot 10^{-8} \approx 6,75 \cdot 10^{-8}$$

Probabilidad de bit (BER), asumiendo codificación de Gray:

$$P_b \approx \frac{P_s}{k} \approx \frac{6,75 \cdot 10^{-8}}{2} = 3,375 \cdot 10^{-8}$$

9.5. 4ASK: estudio genérico de la constelación

En la siguiente figura podemos apreciar la constelación, con un eje normalizado en energía (ψ), y con un eje normalizado en valor de pico de senoide (ϕ).



Para la relación entre A y d nos podemos fijar en s_3 : en un eje normalizado en energía tiene una coordenada $d/2$; midiendo en valor de pico de sinusoides tiene una amplitud A . Ahora calculamos la energía de s_3 a partir de ambos valores, e igualamos:

$$E_3 = \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \frac{d^2}{4}$$

$$E_3 = p \cdot T = \frac{A^2}{2R} T$$

$$d^2 = \frac{2A^2}{R} T; \quad A^2 = \frac{R}{2T} d^2$$

Calculamos la energía media teniendo en cuenta la simetría par:

$$E_s = \frac{E_1 + E_2}{2} = \frac{1}{2} \left(\frac{9A^2}{2R} T + \frac{A^2}{2R} T \right) = \frac{5A^2 T}{2R}$$

$$E_s = \frac{1}{2} \left(\frac{9d^2}{4} + \frac{d^2}{4} \right) = \frac{5d^2}{4}$$

La potencia media (de una TX continua de símbolos) se calcula de forma inmediata a partir de la energía media de 1 símbolo:

$$p = \frac{E_s}{T} = \frac{5A^2}{2R} = \frac{5d^2}{4T}$$

La energía de pico es la energía del símbolo más alejado del origen:

$$E_p = E_1 = E_4 = p \cdot T = \frac{(3A)^2}{2R} T = \frac{9A^2 T}{2R}$$

$$E_p = \left(\frac{3d}{2}\right)^2 = \frac{9d^2}{4}$$

Potencia equivalente de pico:

$$PEP = \frac{E_p}{T} = \frac{9A^2}{2R} = \frac{9d^2}{4T}$$

Relación entre la potencia media y la de pico:

$$p = 5 \frac{d^2}{4T}$$

$$PEP = 9 \frac{d^2}{4T}$$

$$9p = 5 PEP \quad (\text{independiente de los demás parámetros})$$

9.6. MASK: velocidad y ancho de banda (I)

Ancho de banda ocupado por una 2ASK transmitiendo 100 Mb/s:

$$k = \log_2(M) = \log_2(2) = 1 \text{ bit/símb.}$$

$$R_s = R_b/1 = 100 \text{ Mbaudios}$$

$$B_{ASK} = 2 B_{BB} = 2 W(1 + \alpha) = 2 \frac{R_s}{2}(1 + \alpha) = R_s(1 + \alpha)$$

$$B_{ASK} = 100(\text{M})(1 + 0) = 100 \text{ MHz}$$

Al mantener el ancho de banda se mantiene el R_s máximo. Comparamos el R_b deseado, con el R_s que cabe por el medio:

$$\frac{R_b}{R_s} = \frac{200}{100} = 2 = k$$

Hacen falta 2 bits/símb., lo que implica una 4ASK ($M = 2^k = 4$).

9.7. MASK: velocidad y ancho de banda (II)

Como en el EB anterior, comparamos velocidades:

$$\frac{R_b}{R_s} = \frac{250}{100} = 2,5$$

¿Qué valor de k tomamos? Con $k = 2$ no podemos enviar R_b ; tenemos que subir a $k = 3$ ($M = 8$), aunque eso implica no ocupar todo el ancho de banda disponible. En efecto, usando 8ASK:

$$R_s = R_b/k = 250(\text{M})/3 = 83.\hat{3} \text{ Mbaudios}$$

$$B_{ASK} = R_s = 83.\hat{3} \text{ MHz}$$

9.8. MASK: calidad y distancia mínima (I)

En una 2ASK la distancia al origen de cualquiera de los 2 símbolos (en un eje normalizado) es $d/2$. Por lo tanto, la energía media por símbolo (los 2 símbolos que hay tienen la misma energía) es:

$$E_s = (d/2)^2 = 10^{-18} \text{ J}$$

Energía media de la 4ASK (tomado de un EB anterior):

$$E_s = \frac{5d^2}{4} = 5 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

Como es lógico, con d fija, la 4ASK tiene mayor energía media por símbolo.

9.9. MASK: calidad y distancia mínima (II)

Calculamos la calidad de la 2ASK:

$$E_s = 10^{-18} \text{ J}$$

$$P_s = \frac{2-1}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{3}{2^2-1} \cdot \frac{10^{-18}}{7 \cdot 10^{-20}}}\right) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{10^{-18}}{7 \cdot 10^{-20}}}\right)$$

$$P_s \approx \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(3,78) \approx \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 10^{-8} = 4,5 \cdot 10^{-8}$$

Calidad de la 4ASK:

$$E_s = 5 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

$$P_s = \frac{4-1}{4} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{3}{4^2-1} \cdot \frac{5 \cdot 10^{-18}}{7 \cdot 10^{-20}}}\right) = \frac{3}{4} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{10^{-18}}{7 \cdot 10^{-20}}}\right)$$

$$P_s \approx \frac{3}{4} \operatorname{erfc}(3,78) = \frac{3}{4} \cdot 9 \cdot 10^{-8} = 6,75 \cdot 10^{-8}$$

Vemos que en ambas constelaciones el argumento de la erfc es el mismo, y el factor previo dependiente de M ($1/2$ o $3/4$) supone un cambio pequeño en el resultado final.

(Conceptualmente, la diferencia entre ambos resultados se debe a que en la constelación de 4 hay más símbolos con los que confundirse.)

9.10. QPSK: estudio de la constelación (I)

La base ortonormal más adecuada es:

$$\psi_I = \sqrt{\frac{2R}{T}} \cos(\omega_0 t)$$

$$\psi_Q = -\sqrt{\frac{2R}{T}} \operatorname{sen}(\omega_0 t)$$

Donde:

$$\sqrt{\frac{2R}{T}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 50}{100 \cdot 10^{-6}}} = 1000$$

Sustituyendo, queda:

$$\psi_I = 1000 \cos(\omega_0 t)$$

$$\psi_Q = -1000 \operatorname{sen}(\omega_0 t)$$

Las coordenadas (proyecciones) se pueden calcular por diversos caminos. Por ejemplo, podemos aplicar directamente el producto escalar (normalizado a la carga):

$$c_{1I} = \frac{\langle x_1, \psi_I \rangle}{R} = \frac{\sqrt{2} \cdot 10^{-6} \cdot 1000}{50} \int_0^T \cos(\omega_0 t + \pi/4) \cos(\omega_0 t) dt$$

$$c_{1I} = \frac{\langle x_1, \psi_I \rangle}{R} = \frac{\sqrt{2} \cdot 10^{-6} \cdot 1000}{50} \cdot \frac{1}{2} \cdot \cos(\pi/4) \cdot T$$

$$c_{1I} = \frac{\langle x_1, \psi_I \rangle}{R} = \frac{\sqrt{2} \cdot 10^{-6} \cdot 1000}{50} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 100 \cdot 10^{-6} = 10^{-9}$$

También podemos trabajar del siguiente modo: s_1 es un coseno girado. Dejamos el giro para después. Reescribimos la amplitud:

$$s_1 = \left[\frac{\sqrt{2} \cdot 10^{-6}}{1000} \right] 1000 \cos(\omega_0 t) = \left[\frac{\sqrt{2} \cdot 10^{-6}}{1000} \right] \psi_I$$

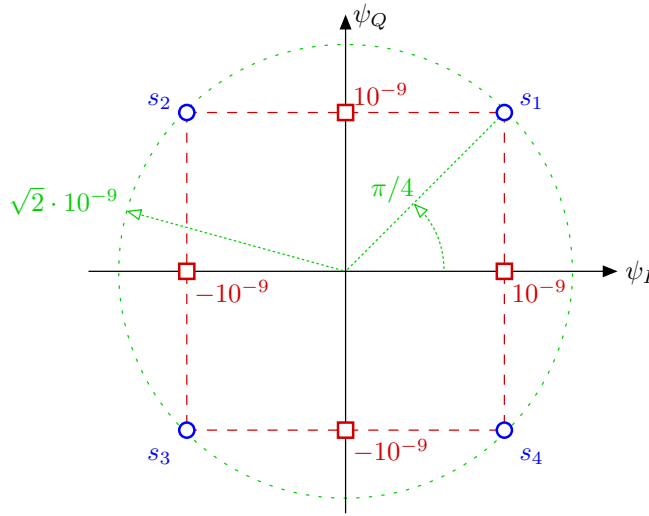
$$c = \left[\frac{\sqrt{2} \cdot 10^{-6}}{1000} \right] = \sqrt{2} \cdot 10^{-9}$$

Ahora tenemos en cuenta el giro: proyectamos c sobre el eje ψ_I .

$$c_{1I} = c \cdot \cos(\pi/4) = \left[\sqrt{2} \cdot 10^{-9} \right] \frac{\sqrt{2}}{2} = 10^{-9}$$

Por simetría horizontal y vertical de la constelación, las coordenadas quedan:

señal	c_{iI}	c_{iQ}
s_1	10^{-9}	10^{-9}
s_2	-10^{-9}	10^{-9}
s_3	-10^{-9}	-10^{-9}
s_4	10^{-9}	-10^{-9}



9.11. QPSK: estudio de la constelación (II)

En un plano de ejes ortonormales (normalización de energía), las distancias son raíz de energía, y el cuadrado de una distancia es una energía.

Por ejemplo: la energía de s_1 es el cuadrado de su distancia al origen.

$$E_{s1} = c^2 = (\sqrt{2} \cdot 10^{-9})^2 = 2 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

Este resultado también se obtiene con las coordenadas cartesianas IQ. Por Pitágoras:

$$E_{s1} = c^2 = c_{1I}^2 + c_{1Q}^2 = (10^{-9})^2 + (10^{-9})^2 = 2 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

En una constelación MPSK todos los símbolos están en una circunferencia, de manera que tienen igual distancia al origen e igual energía. La energía media es la energía de cualquiera de los símbolos.

$$E_s = E_{s1} = E_{s2} = E_{s3} = E_{s4} = 2 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

Consecuentemente la energía de pico es igual que la energía media.

9.12. QPSK: estudio de la constelación (III)

Probabilidad de símbolo erróneo:

$$P_s \approx \text{erfc} \left[\sqrt{\frac{E_s}{N_0}} \sin\left(\frac{\pi}{M}\right) \right] = \text{erfc} \left[\sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-18}}{7 \cdot 10^{-20}}} \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \right] \approx \text{erfc}[3,78] \approx 9 \cdot 10^{-8}$$

Probabilidad de bit erróneo (asumiendo codificación de Gray):

$$P_b \approx \frac{P_s}{k} = \frac{9 \cdot 10^{-8}}{2} = 4,5 \cdot 10^{-8}$$

9.13. QPSK versus 8PSK (I)

El tiempo de símbolo es un dato fijo. Por lo tanto el régimen simbólico y el ancho de banda son iguales para ambas modulaciones:

$$R_s = 1/T = 10 \text{ kbaudios}$$

$$B = R_s(1 + \alpha) = 10(\text{k})(1 + 0) = 10 \text{ kHz}$$

Regímenes binarios (subíndice 4 para QPSK, subíndice 8 para 8PSK):

$$k = \log_2(M)$$

$$k_4 = \log_2(4) = 2 \text{ bits/símb.}$$

$$k_8 = \log_2(8) = 3 \text{ bits/símb.}$$

$$R_b = k \cdot R_s$$

$$R_{b4} = 2 \cdot 10(\text{k}) = 20 \text{ kbps}$$

$$R_{b8} = 3 \cdot 10(\text{k}) = 30 \text{ kbps}$$

9.14. QPSK versus 8PSK (II)

Las dos constelaciones están inscritas en una circunferencia de radio $\sqrt{2} \cdot 10^{-9}$. Ahora basta con un simple cálculo trigonométrico.

Para la QPSK ya se ha realizado en un EB anterior. El radio (hipotenusa) forma parte de un triángulo isósceles con catetos de $d/2$:

$$d_4/2 = \sqrt{2} \cdot 10^{-9} \cdot \sin(\pi/4) = 10^{-9}$$

$$d_4 = 2 \cdot 10^{-9}$$

Para la 8PSK hay que tener en cuenta que el desfase respecto al eje horizontal de s_1 es de $\pi/8$. De forma análoga:

$$d_8/2 = \sqrt{2} \cdot 10^{-9} \cdot \sin(\pi/8) \approx 0,5412 \cdot 10^{-9}$$

$$d_8 \approx 1,0824 \cdot 10^{-9}$$

Como es lógico, en la 8PSK la distancia entre símbolos contiguos se reduce.

9.15. QPSK versus 8PSK (III)

Probabilidad de símbolo erróneo:

$$P_{s4} \approx \operatorname{erfc} \left[\sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-18}}{7 \cdot 10^{-20}}} \operatorname{sen} \left(\frac{\pi}{4} \right) \right] \approx \operatorname{erfc}[3,78] \approx 9 \cdot 10^{-8}$$

$$P_{s8} \approx \operatorname{erfc} \left[\sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-18}}{7 \cdot 10^{-20}}} \operatorname{sen} \left(\frac{\pi}{8} \right) \right] \approx \operatorname{erfc}[2,05] \approx 3,74 \cdot 10^{-3}$$

Probabilidad de bit erróneo (asumiendo codificación de Gray):

$$P_{b4} \approx \frac{9 \cdot 10^{-8}}{2} = 4,5 \cdot 10^{-8}$$

$$P_{b8} \approx \frac{3,74 \cdot 10^{-3}}{3} = 1,25 \cdot 10^{-3}$$

Con 8PSK se aumenta el régimen binario, por el mismo ancho de banda. Pero es obvio que, en este caso concreto, el precio pagado en calidad es excesivo.

9.16. QPSK: estudio del demodulador (I)

Las portadoras recuperadas (base ortonormal IQ) son:

$$\psi_I = 1000 \cos(\omega_0 t)$$

$$\psi_Q = -1000 \operatorname{sen}(\omega_0 t)$$

Tras la detección, las señales s_a y s_b están multiplicadas por las portadoras recuperadas. Empezamos con la rama I:

$$s_{aI1} = s_a \cdot \psi_I = \sqrt{2} \cdot 10^{-6} \cdot 1000 \cdot \cos(\omega_0 t + 3\pi/4) \cdot \cos(\omega_0 t)$$

$$s_{aI1} = (\sqrt{2}/2) \cdot 10^{-3} \cdot [\cos(2\omega_0 t + 3\pi/4) + \cos(3\pi/4)]$$

$$s_{bI1} = s_b \cdot \psi_I = (1/2) \cdot 10^{-3} \cdot [\cos(2\omega_0 t + \pi/6) + \cos(\pi/6)]$$

Vemos que s_{aI1} y s_{bI1} tienen un término a frecuencia doble que será filtrado por el integrador, y un término de continua que es el valor concreto de moduladora extraído en la detección.

Pasamos a la rama Q:

$$s_{aQ1} = s_a \cdot \psi_Q = -\sqrt{2} \cdot 10^{-6} \cdot 1000 \cdot \cos(\omega_0 t + 3\pi/4) \cdot \operatorname{sen}(\omega_0 t)$$

$$s_{aQ1} = -(\sqrt{2}/2) \cdot 10^{-3} \cdot [\operatorname{sen}(2\omega_0 t + 3\pi/4) + \operatorname{sen}(-3\pi/4)]$$

$$s_{bQ1} = s_b \cdot \psi_Q = -(1/2) \cdot 10^{-3} \cdot [\operatorname{sen}(2\omega_0 t + \pi/6) + \operatorname{sen}(-\pi/6)]$$

9.17. QPSK: estudio del demodulador (II)

Rama I:

$$s_{aI2} = \int_0^T s_a \psi_I dt = \langle s_a, \psi_I \rangle = \frac{\sqrt{2} \cdot 10^{-3}}{2} \cdot \cos(3\pi/4) \cdot 100 \cdot 10^{-6} = -5 \cdot 10^{-8}$$

$$s_{bI2} = \int_0^T s_b \psi_I dt = \langle s_b, \psi_I \rangle = \frac{10^{-3}}{2} \cdot \cos(\pi/6) \cdot 100 \cdot 10^{-6} = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 10^{-7}$$

Observaciones: a) $\cos(\pi/6) = \sqrt{3}/2$; b) a la salida del integrador NO tenemos las proyecciones sobre ψ_I porque no se ha normalizado a la carga.

Rama Q:

$$s_{aQ2} = \int_0^T s_a \psi_Q dt = \langle s_a, \psi_Q \rangle = \frac{\sqrt{2} \cdot 10^{-3}}{2} \cdot \sin(3\pi/4) \cdot 100 \cdot 10^{-6} = 5 \cdot 10^{-8}$$

$$s_{bQ2} = \int_0^T s_b \psi_Q dt = \langle s_b, \psi_Q \rangle = \frac{10^{-3}}{2} \cdot \sin(\pi/6) \cdot 100 \cdot 10^{-6} = 2,5 \cdot 10^{-8}$$

9.18. QPSK: estudio del demodulador (III)

Las decisiones se toman comparando las salidas de los integradores con umbrales. Para QPSK hay un único umbral en I, y vale 0. En Q ocurre exactamente igual. De manera que basta con comparar signos o, lo que es lo mismo, basta con estudiar en qué cuadrante están las proyecciones:

$$\left. \begin{array}{l} s_{aI2} < 0 \\ s_{aQ2} > 0 \end{array} \right\} \text{segundo cuadrante } (s_2, 3\pi/4)$$

$$\left. \begin{array}{l} s_{bI2} > 0 \\ s_{bQ2} > 0 \end{array} \right\} \text{primer cuadrante } (s_1, \pi/4)$$

El resultado ya se conocía a priori, pues en MPSK las decisiones dependen sólo del ángulo del símbolo recibido:

$$s_a \rightarrow 3\pi/4 \rightarrow \text{segundo cuadrante}$$

$$s_b \rightarrow \pi/6 \rightarrow \text{primer cuadrante}$$

9.19. 16QAM: estudio de la constelación (I)

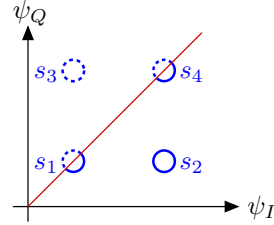
Para cálculos de energía sólo cuenta la distancia al origen, pues esa distancia al cuadrado es la propia energía. Hay simetría respecto al eje horizontal y respecto al vertical: cada cuadrante es idéntico a los demás. De manera que nos quedamos con, por ejemplo, el primer cuadrante. Así pasamos de tener que calcular 16 energías, a trabajar con únicamente cuatro.

Es posible encontrar una simetría adicional: si trazamos la bisectriz del primer cuadrante (recta desde el origen con 45°), vemos que es un nuevo eje de simetría. Sin embargo, hay que tener en cuenta que el eje corta a los símbolos s_1 y s_4 . Podemos trabajar de 2 formas: a) la energía de s_2 cuenta completa, y las energías de s_1 y s_4 cuentan sólo la mitad (están partidas por el eje), teniendo en total 2 energías completas; b) la energía de s_2 cuenta doble, y las energías de s_1 y s_4 cuentan normal (cada una de ellas entera), teniendo en total 4 energías completas. Las ecuaciones que dan la energía media serán:

$$E_s = E_a = E_b$$

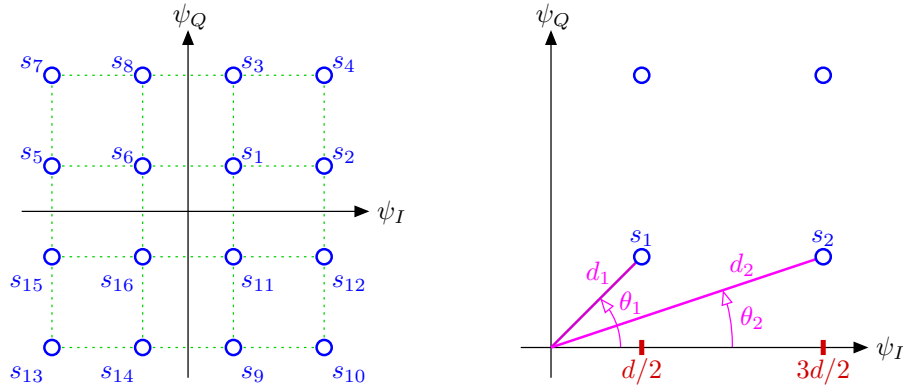
$$E_a = \frac{1 \cdot E_2 + 0,5 \cdot E_1 + 0,5 \cdot E_4}{2}$$

$$E_b = \frac{2 \cdot E_2 + 1 \cdot E_1 + 1 \cdot E_4}{4}$$



9.20. 16QAM: estudio de la constelación (II)

En la figura se aprecia la posición de cada señal. Gracias a las múltiples simetrías basta con hacer cálculos trigonométricos para s_1 y s_2 , pues es inmediata la extensión al resto.



A las amplitudes (valores de pico de símbolos sinusoidales) las vamos a llamar A_i ; a las fases θ_i .

$$d_1^2 = (d/2)^2 + (d/2)^2 = d^2/2 \Rightarrow d_1 = d/\sqrt{2}$$

$$d_i^2 = E_i = \frac{A_i^2}{2R} T \Rightarrow A_i = d_i \sqrt{\frac{2R}{T}}$$

$$A_1 = d_1 \sqrt{\frac{2R}{T}} = d \sqrt{\frac{R}{T}}$$

$$\theta_1 = 45^\circ \text{ (por simple inspección)}$$

$$\text{Y la primera señal queda: } s_1(t) = d \sqrt{\frac{R}{T}} \cos(\omega_c t + \pi/4)$$

$$d_2^2 = (d/2)^2 + (3d/2)^2 = 5d^2/2 \Rightarrow d_2 = d \sqrt{5/2}$$

$$A_2 = d \sqrt{\frac{5}{2}} \sqrt{\frac{2R}{T}} = d \sqrt{\frac{5R}{T}}$$

$$\theta_2 = \arctan \left(\frac{d/2}{3d/2} \right) = \arctan (1/3) \approx 18,43^\circ$$

$$A_3 = A_2 = d \sqrt{\frac{5R}{T}}$$

$$\theta_3 = 90 - \theta_2 \approx 71,57^\circ$$

$$d_4 = 3 \cdot d_1 = 3d/\sqrt{2} \Rightarrow A_4 = 3 \cdot A_1 = 3d \sqrt{\frac{R}{T}}$$

$$\theta_4 = \theta_1 = 45^\circ$$

$$A_5 = A_2 = d \sqrt{\frac{5R}{T}}$$

$$\theta_5 = 180 - \theta_2 \approx 161,57^\circ$$

Y el alumno ya debe ser capaz de calcular el resto sin ningún problema.

9.21. 16QAM: estudio de la constelación (III)

Como los ejes están normalizados en energía, las distancias son raíz de energía, y las distancias al cuadrado son energías.

$$E_1 = E_6 = E_{11} = E_{16} = d_1^2 = d^2/2$$

$$E_2 = E_3 = E_5 = E_8 = E_9 = E_{12} = E_{14} = E_{15} = d_2^2 = 5d^2/2$$

$$E_4 = E_7 = E_{10} = E_{13} = d_4^2 = 9d^2/2$$

9.22. 16QAM: estudio de la constelación (IV)

Sin considerar simetrías:

$$E_s = \frac{E_1 + E_2 + E_3 + E_4 + E_5 + E_6 + E_7 + E_8 + E_9 + E_{10} + \dots + E_{16}}{16}$$

Usando todas las simetrías:

$$E_s = \frac{1 \cdot E_2 + 0,5 \cdot E_1 + 0,5 \cdot E_4}{2}$$

$$E_s = \frac{1}{2} \left[\frac{5d^2}{2} + \frac{1}{2} \frac{d^2}{2} + \frac{1}{2} \frac{9d^2}{2} \right] = \frac{5d^2}{2}$$

9.23. 16QAM: estudio de la constelación (V)

La relación entre las energías es inmediata:

$$E_s = 5d^2/2$$

$$E_p = E_4 = 9d^2/2$$

$$9E_s = 5E_p$$

Y la relación entre las potencias es exactamente la misma:

$$9p = 5PEP$$

9.24. 16QAM: estudio de un caso (I)

Ancho de banda:

$$R_s = 1/T = 10 \text{ kbaudios}$$

$$B = R_s(1 + \alpha) = 10 \text{ kHz}$$

Régimen binario:

$$k = \log_2(M) = \log_2(16) = 4 \text{ bits/símb.}$$

$$R_b = k \cdot R_s = 40 \text{ kbps}$$

9.25. 16QAM: estudio de un caso (II)

Aprovechamos los resultados del estudio de la constelación en EB's previos:

$$d = \sqrt{\frac{2E_s}{5}} \approx 8,944 \cdot 10^{-10}$$

$$E_p = \frac{9}{5} E_s = 3,6 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

$$PEP = \frac{E_p}{T} = 3,6 \cdot 10^{-14} \text{ W}$$

$$A_p = A_4 = 3d\sqrt{\frac{R}{T}} \approx 1,897 \cdot 10^{-6} \text{ V}$$

9.26. 16QAM: estudio de un caso (III)

Probabilidad de símbolo erróneo:

$$E_b = E_s/k = 0,5 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

$$p = \left(\frac{\sqrt{M} - 1}{\sqrt{M}} \right) \text{erfc} \left[\sqrt{\frac{3 \log_2(M)}{2(M-1)}} \cdot \frac{E_b}{N_0} \right]$$

$$p = \left(\frac{\sqrt{16} - 1}{\sqrt{16}} \right) \text{erfc} \left[\sqrt{\frac{3 \log_2(16)}{2(16-1)}} \cdot \frac{0,5 \cdot 10^{-18}}{7 \cdot 10^{-20}} \right] \approx 0,75 \text{erfc}[1,69] \approx 0,0126$$

$$P_s = 1 - (1 - p)^2 \approx 0,0251 \text{ (calidad malísima)}$$

Probabilidad de bit erróneo (suponiendo codificación de Gray):

$$P_b \approx P_s/k = 6,28 \cdot 10^{-3} \text{ (calidad muy mala)}$$

9.27. 4FSK: frecuencias (I)

Régimen simbólico:

$$k = \log_2(M) = 2$$

$$R_s = R_b/k = 10 \text{ kbaudios}$$

En FSK siempre se trabaja con frecuencias ortogonales. Así, la separación entre frecuencias contiguas (para un sistema coherente) es:

$$\Delta f = R_s/2 = 5 \text{ kHz}$$

Y las frecuencias de los símbolos son:

$$f_1 = f_c - (3/2)\Delta f = 599,9925 \text{ MHz}$$

$$f_2 = f_c - (1/2)\Delta f = 599,9975 \text{ MHz}$$

$$f_3 = f_c + (1/2)\Delta f = 600,0025 \text{ MHz}$$

$$f_4 = f_c + (3/2)\Delta f = 600,0075 \text{ MHz}$$

9.28. 4FSK: frecuencias (II)

Como el sistema es no coherente:

$$\Delta f = R_s = 10 \text{ kHz}$$

Frecuencias de los símbolos:

$$f_1 = f_c - (3/2)\Delta f = 599,985 \text{ MHz}$$

$$f_2 = f_c - (1/2)\Delta f = 599,995 \text{ MHz}$$

$$f_3 = f_c + (1/2)\Delta f = 600,005 \text{ MHz}$$

$$f_4 = f_c + (3/2)\Delta f = 600,015 \text{ MHz}$$

9.29. 4FSK: señales

La separación entre frecuencias contiguas se obtiene restando las frecuencias de, por ejemplo, s_2 y s_3 :

$$\Delta f = f_3 - f_2 = 10 \text{ kHz}$$

Como las fases de las señales son diferentes, el sistema es no coherente. En FSK siempre se trabaja con el mayor régimen simbólico que mantiene la ortogonalidad de frecuencias, que es:

$$R_s = \Delta f = 10 \text{ kbaudios}$$

Calculamos el tiempo de símbolo y el régimen binario:

$$T = 1/R_s = 100 \text{ } \mu\text{s}$$

$$R_b = k \cdot R_s = 20 \text{ kbps}$$

9.30. MFSK: ancho de banda (I)

Ancho de banda de una MFSK:

$$B_{FSK} = (M - 1)\Delta f + R_s(1 + \alpha)$$

Se puede particularizar para coherente y no coherente:

$$B_{FSK}(\text{coher.}) = (M - 1)\frac{R_s}{2} + R_s(1 + \alpha) = \left(\frac{M}{2} + \frac{1}{2} + \alpha\right) R_s = \left(\frac{M}{2} + \frac{1}{2} + \alpha\right) \frac{R_b}{k}$$

$$B_{FSK}(\text{no coher.}) = (M - 1)R_s + R_s(1 + \alpha) = (M + \alpha) R_s = (M + \alpha) (R_b/k)$$

Y ahora calculamos para la 2FSK:

$$k = 1; \quad R_s = R_b = 20 \text{ kbaudios}$$

$$B_{2FSK}(\text{coher.}) = \left(\frac{2}{2} + \frac{1}{2} + 0,5\right) 20(\text{k}) = 40 \text{ kHz}$$

$$B_{2FSK}(\text{no coher.}) = (2 + 0,5) 20(\text{k}) = 50 \text{ kHz}$$

9.31. MFSK: ancho de banda (II)

Para 4FSK:

$$k = 2; \quad R_s = R_b/2 = 10 \text{ kbaudios}$$

$$B_{4FSK}(\text{coher.}) = \left(\frac{4}{2} + \frac{1}{2} + 0,5\right) 10(\text{k}) = 30 \text{ kHz}$$

$$B_{4FSK}(\text{no coher.}) = (4 + 0,5) 10(\text{k}) = 45 \text{ kHz}$$

9.32. MFSK: ancho de banda (III)

Para 8FSK:

$$k = 3; \quad R_s = R_b/3 = 6.\hat{6} \text{ kbaudios}$$

$$B_{8FSK}(\text{coher.}) = \left(\frac{8}{2} + \frac{1}{2} + 0,5\right) 6.\hat{6}(\text{k}) = 33.\hat{3} \text{ kHz}$$

$$B_{8FSK}(\text{no coher.}) = (8 + 0,5) 6.\hat{6}(\text{k}) = 56.\hat{6} \text{ kHz}$$

9.33. MFSK: calidad (I)

Usamos la cota superior de P_b :

$$P_b \leq \frac{M}{4} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{E_b}{2N_0} \log_2 M}\right) = \frac{M}{4} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{E_s}{2N_0}}\right)$$

$$P_b \leq \frac{2}{4} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-18}}{2 \cdot 7 \cdot 10^{-20}}}\right) \approx 0,5 \operatorname{erfc}(3,78) \approx 4,5 \cdot 10^{-8}$$

$$P_s = \frac{2(M-1)}{M} P_b = \frac{2(2-1)}{2} 4,5 \cdot 10^{-8} = 4,5 \cdot 10^{-8}$$

9.34. MFSK: calidad (II)

Para 4FSK:

$$P_b \approx \frac{4}{4}, \text{erfc}(3,78) \approx 9 \cdot 10^{-8}$$

$$P_s = \frac{2(4-1)}{4} 9 \cdot 10^{-8} = 13,5 \cdot 10^{-8}$$

9.35. MFSK: calidad (III)

Para 8FSK:

$$P_b \approx \frac{8}{4}, \text{erfc}(3,78) \approx 18 \cdot 10^{-8}$$

$$P_s = \frac{2(8-1)}{8} 18 \cdot 10^{-8} = 31,5 \cdot 10^{-8}$$

9.36. 2FSK: demodulador (I)

Para tener ortogonalidad en FSK no coherente:

$$\Delta f = R_s = 1/T = 10 \text{ kbaudios}$$

Frecuencias nominales:

$$f_1 = f_c - \Delta f/2 = 9,995 \text{ MHz}$$

$$f_2 = f_c + \Delta f/2 = 10,005 \text{ MHz}$$

Portadoras recuperadas (normalizadas en energía):

$$\psi_1 = 1000 \cos(2\pi f_1 t)$$

$$\psi_2 = 1000 \cos(2\pi f_2 t)$$

Nótese que ambos son tonos coseno, pero con diferentes frecuencias. NO forman un plano IQ: las 2 señales de la base tienen diferentes frecuencias y no están en cuadratura.

9.37. 2FSK: demodulador (II)

La salida de cada integrador es el producto escalar de la señal a la entrada del RX por la portadora recuperada correspondiente. (NO es la proyección sobre la portadora recuperada porque no está normalizado a la carga.)

$$s_{i1} = \langle s, \psi_1 \rangle = \int_0^T s \cdot \psi_1 dt$$

$$s_{i1} = \sqrt{2} \cdot 10^{-6} \cdot 1000 \int_0^T \cos^2(2\pi f_1 t) dt = \sqrt{2} \cdot 10^{-3} \cdot 0,5 \cdot 100 \cdot 10^{-6}$$

$$s_{i1} = (1/\sqrt{2}) \cdot 10^{-7}$$

$$s_{i2} = \langle s, \psi_2 \rangle = \sqrt{2} \cdot 10^{-6} \cdot 1000 \int_0^T \cos(2\pi f_1 t) \cos(2\pi f_2 t) dt = 0$$

El símbolo s es ortogonal a ψ_2 , pues sus frecuencias tienen la separación mínima de ortogonalidad.

La decisión la toma el comparador a favor de la rama que muestra mayor parecido (mayor salida del integrador). En este caso, obviamente, se decide f_1 .

9.38. 2FSK: demodulador (III)

Salida del integrador de la rama alta (*rama 1*):

$$s_{i1} = \langle s, \psi_1 \rangle = \frac{3}{2} \cdot 10^{-3} \int_0^T [\cos(2\pi \cdot 19,998 \cdot 10^6 \cdot t) + \cos(2\pi \cdot 8 \cdot 10^3 \cdot t)] dt$$

$$s_{i1} = \frac{3}{2} \cdot 10^{-3} \left[\frac{\sin(2\pi \cdot 19,998 \cdot 10^6 \cdot 100 \cdot 10^{-6})}{2\pi \cdot 19,998 \cdot 10^6} + \frac{\sin(2\pi \cdot 8 \cdot 10^3 \cdot 100 \cdot 10^{-6})}{2\pi \cdot 8 \cdot 10^3} \right] dt$$

El primer sumando es la integral de un coseno de frecuencia muy alta (suma de las 2 frecuencias) durante un tiempo T largo. En T caben muchos periodos, pero no un número entero de ellos (en este caso concreto). Por lo tanto, la integral no es cero. Sin embargo, el área resultante es muy pequeña, pues es lo que encierra un coseno de frecuencia muy alta en un trozo de periodo. En cualquier caso, es totalmente despreciable (como puede comprobar el alumno) frente al segundo sumando.

$$s_{i1} \approx -2,838 \cdot 10^{-8}$$

Salida del integrador de la rama baja (*rama 2*):

$$s_{i2} = \langle s, \psi_2 \rangle = \frac{3}{2} \cdot 10^{-3} \int_0^T [\cos(2\pi \cdot 20,008 \cdot 10^6 \cdot t) + \cos(2\pi \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot t)] dt$$

$$s_{i2} = \frac{3}{2} \cdot 10^{-3} \left[\frac{\sin(2\pi \cdot 20,008 \cdot 10^6 \cdot 100 \cdot 10^{-6})}{2\pi \cdot 20,008 \cdot 10^6} + \frac{\sin(2\pi \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot 100 \cdot 10^{-6})}{2\pi \cdot 2 \cdot 10^3} \right] dt$$

Razonando igual que en la otra rama, el primer sumando es despreciable.

$$s_{i2} \approx 1,135 \cdot 10^{-7}$$

La decisión se toma comparando parecidos. El parecido mínimo es 0 de ortogonalidad, de manera que se trata de comparar módulos. Es evidente que se decide f_2 (rama baja).