

Teoría de la Comunicación

Grado en Ingeniería Electrónica de Comunicaciones
Grado en Ingeniería de Sistemas de Telecomunicación
Grado en Ingeniería de Sonido e Imagen
Grado en Ingeniería Telemática

Tema 6

Conversión A/D y codificación PCM



Tema 6. Conversión A/D y codificación PCM

ELEMENTOS DE UN SISTEMA DE COMUNICACIONES DIGITALES

Diagrama de bloques

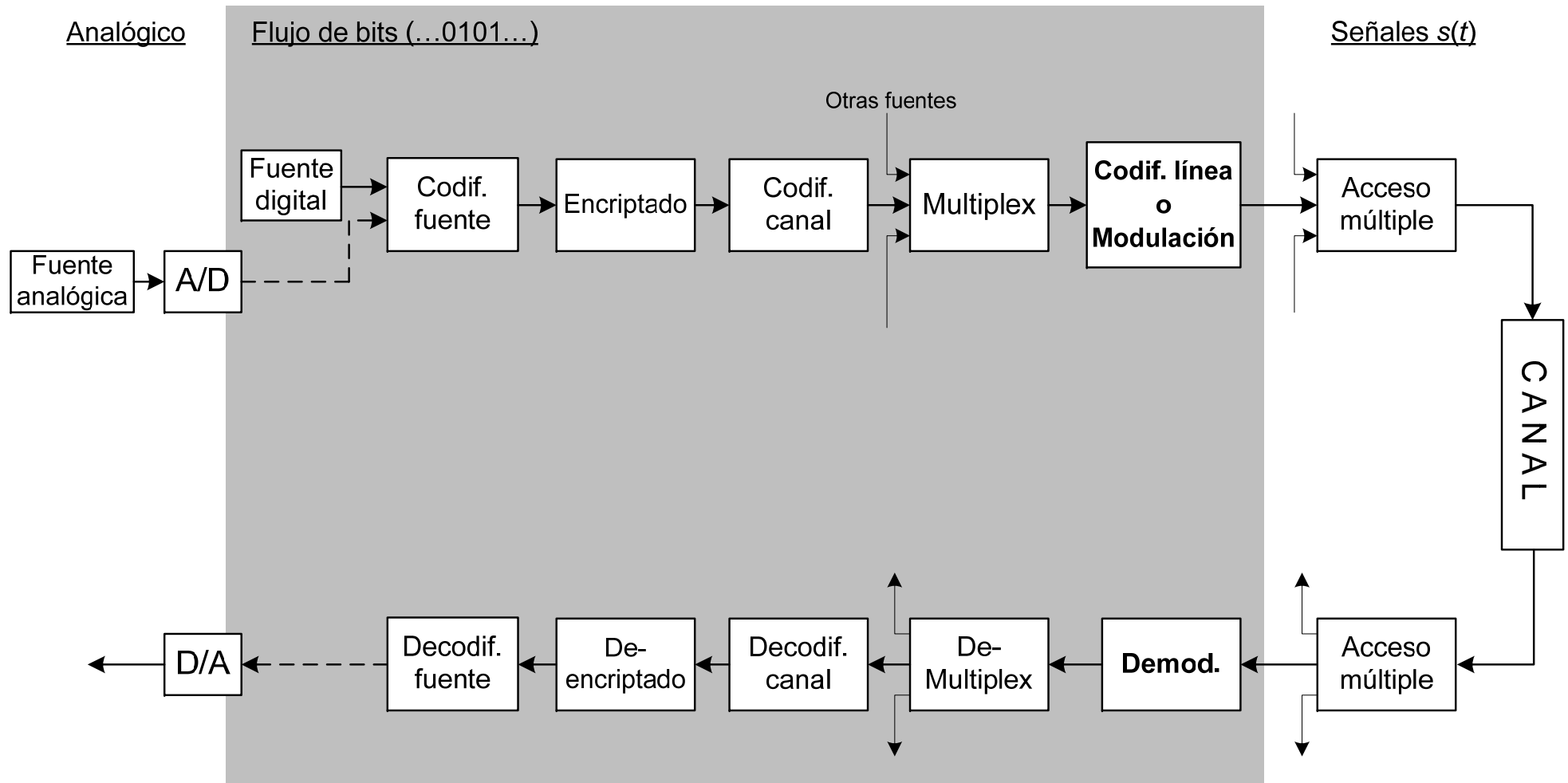


Diagrama de bloques. Explicación (I)

- Codificación de **fuelle**. Conversión eficiente de la información generada por una fuente – analógica o digital – en una secuencia binaria

Ejemplos:

Fuentes analógicas: codificación perceptual de audio mp3, compresión de vídeo MPEG-2

Fuentes digitales: codificación Huffman

- Codificación de **canal**. Introducción controlada de redundancia en la secuencia binaria para protección frente a errores en el canal

Ejemplo: código bloque. Transformación que produce una **palabra código** de n bits codificados a partir de un grupo de k bits de fuente

Tasa de codificación = k/n : indica cuántos bits de fuente corresponden a cada bit de canal

Secuencia fuente	Palabra código
000	000000
100	110100
010	011010
110	101110
001	101001
101	011101
011	110011
111	000111



Diagrama de bloques. Explicación (II)

- **Multiplexación.** Compartición del canal con otros usuarios
 - ✓ MDT o TDM (*Time Division Multiplexing*). Entrelazado en el tiempo de muestras de varias fuentes para transmisión por un solo canal de comunicación
 - ✓ MDF o FDM (*Frequency Division Multiplexing*). Cada fuente se transmite por una banda de frecuencias distinta
- **Codificación de línea** (banda base) o **modulación** (paso banda)
 - ✓ Asociación de bits (o símbolos) a señales físicas adecuadas para su transmisión por el canal
 - ✓ Modulación. Se traslada la información banda base a la frecuencia portadora. De esta manera se adapta la señal a canales que no permiten la transmisión banda base
- **Acceso múltiple.** Compartición del medio con otros usuarios
 - ✓ TDMA (*Time Division Multiple Access*)
 - ✓ FDMA (*Frequency Division Multiple Access*)
 - ✓ CDMA (*Code Division Multiple Access*)



Temas 6-9 de la asignatura

○ Tema 6

- ✓ Conversión A/D
- ✓ Codificación de fuente PCM
- ✓ Multiplex TDM. Formación de una trama

○ Tema 7

- ✓ Codificación de línea
- ✓ Transmisión banda base (BB) por canales de ancho de banda limitado
 - ❑ Interferencia entre símbolos

○ Tema 8

- ✓ Representación geométrica de señales
- ✓ Transmisión BB con ruido. Teoría de la detección

○ Tema 9

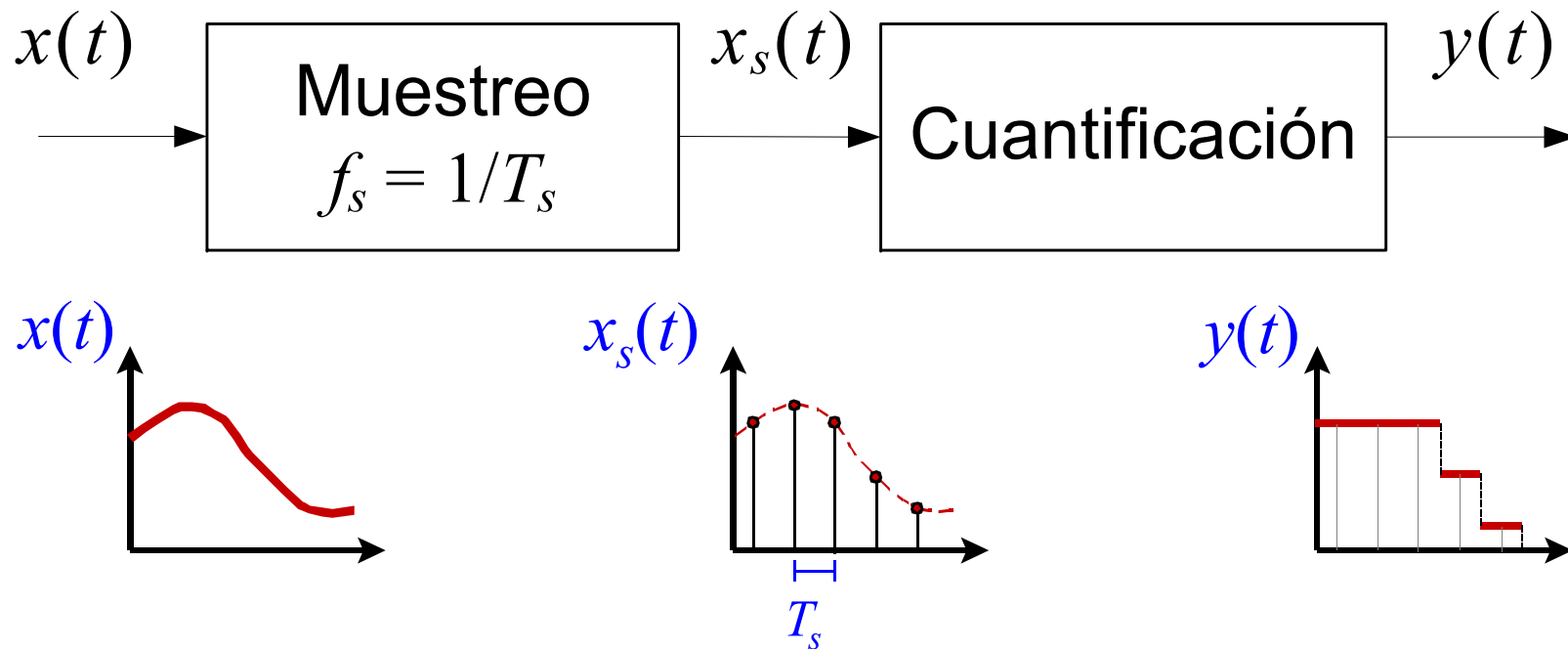
- ✓ Modulaciones digitales paso banda

Tema 6. Conversión A/D y codificación PCM

CONVERSIÓN A/D

Muestreo y cuantificación

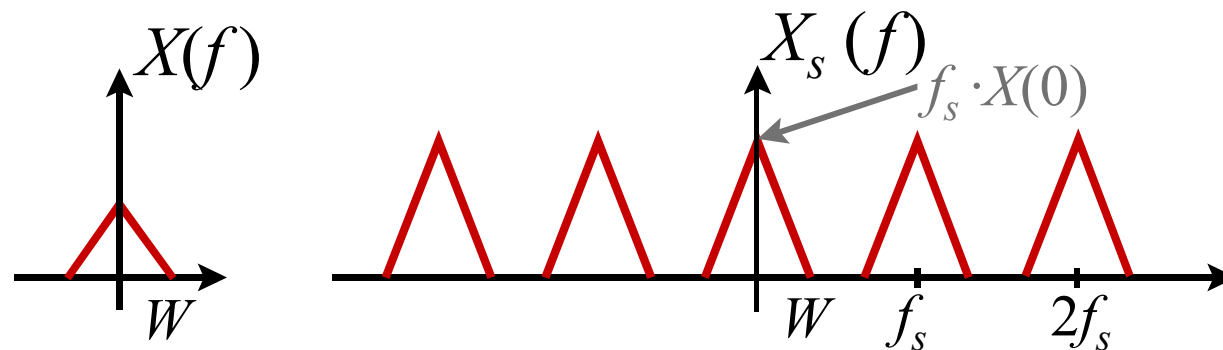
- Muestreo a frecuencia f_s (*sampling frequency*):
 - ✓ Discretización en el tiempo. Una muestra cada $T_s = 1/f_s$
- Cuantificación:
 - ✓ Discretización en amplitud (digitalización)
 - ✓ Introduce un error irreversible



Muestreo ideal

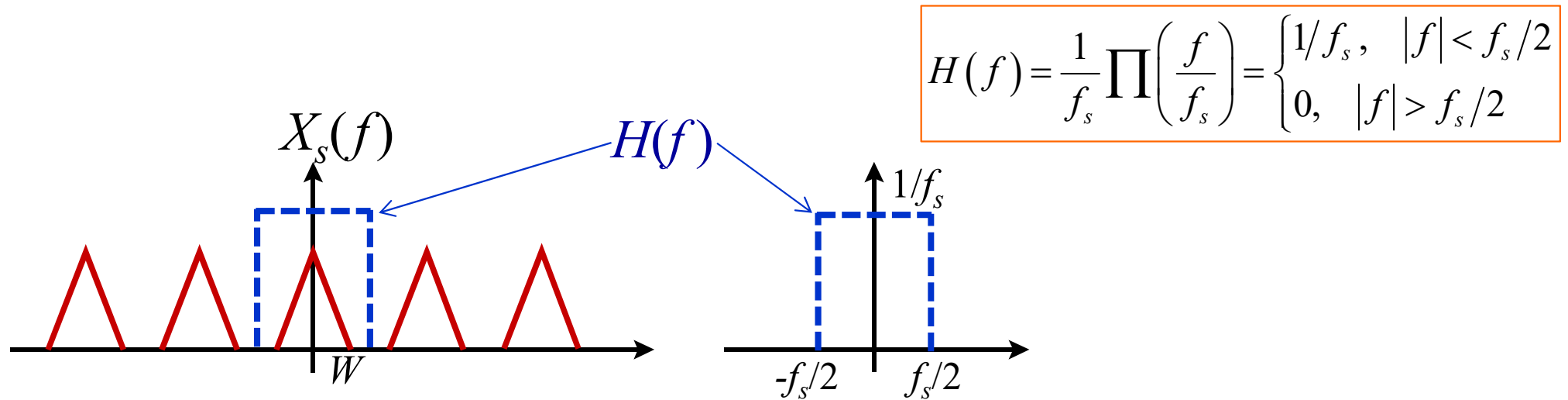
$$x_s(t) = x(t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - n \cdot T_s) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n \cdot T_s) \delta(t - n \cdot T_s)$$

$$\begin{aligned} X_s(f) &= TF\{x(t)\} * TF\left\{\sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - n \cdot T_s)\right\} = \\ &= X(f) * f_s \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(f - k \cdot f_s) = f_s \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(f - k \cdot f_s) \end{aligned}$$



- W : frecuencia máxima de la señal analógica a digitalizar
- **Teorema del muestreo:** $f_s \geq 2W$ (frecuencia de Nyquist)

Reconstrucción



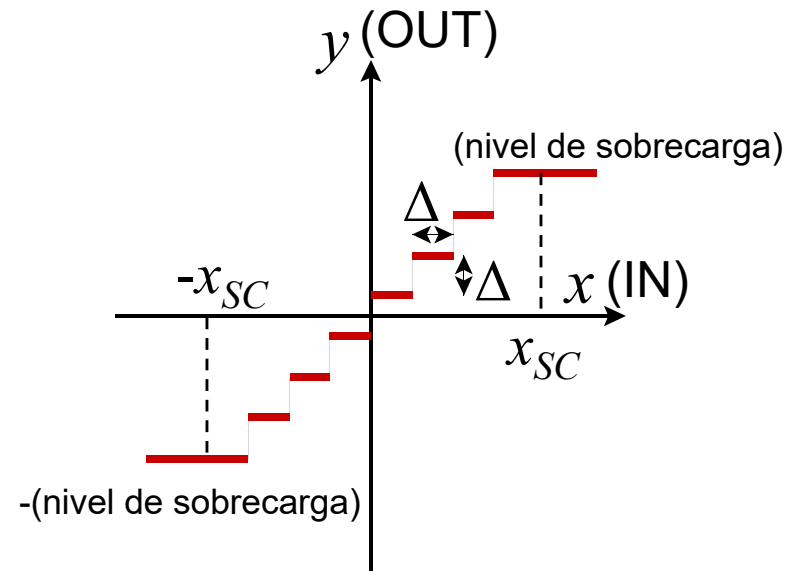
$$X(f) = X_s(f) H(f) = X_s(f) \left(\frac{1}{f_s}\right) \Pi\left(\frac{f}{f_s}\right)$$

$$x(t) = x_s(t) * h(t) = \left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n \cdot T_s) \delta(t - n \cdot T_s) \right] * \text{sinc}(t \cdot f_s) =$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n \cdot T_s) \text{sinc}\left(\frac{t - n \cdot T_s}{T_s}\right)$$

Fórmula de interpolación

Cuantificación



Número de bits de resolución: n

Escalón de cuantificación: $\Delta = \frac{\text{rango dinámico}}{\text{nº escalones}} = \frac{2 \cdot x_{SC}}{2^n}$

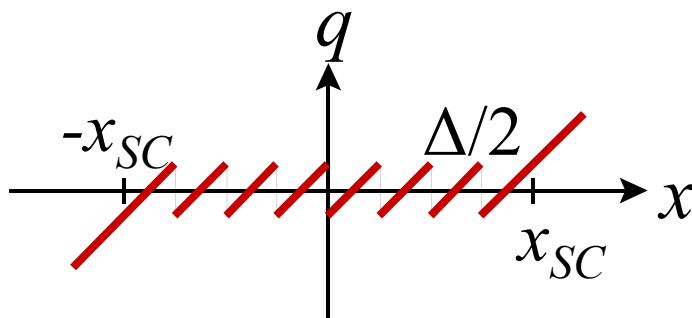
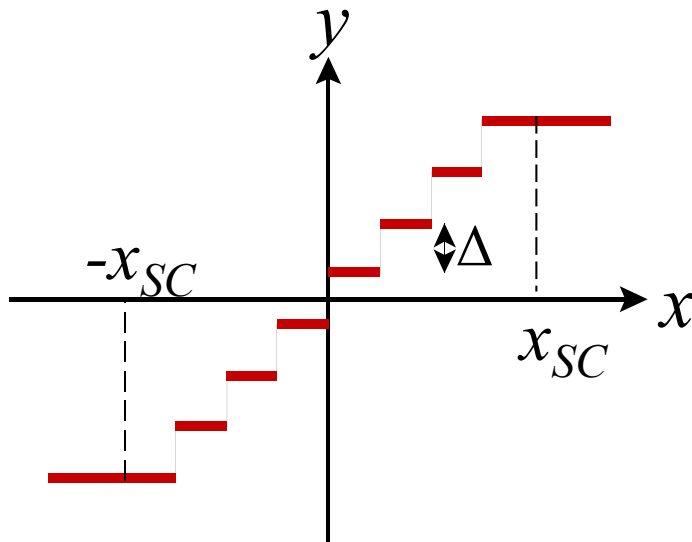
Ruido de cuantificación: $q(x) = x - y = x - Q(x)$

Granular : $|x| \leq x_{SC} \Rightarrow$ ruido acotado: $|q| \leq \Delta / 2$

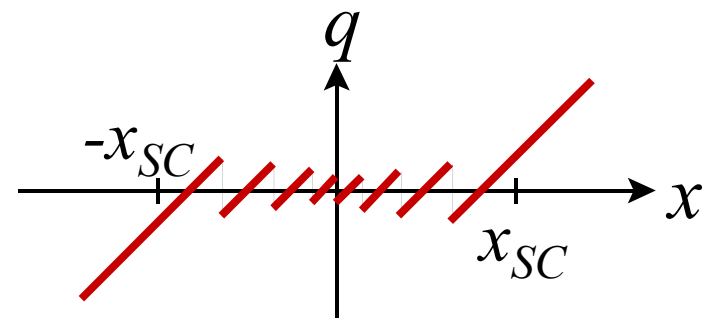
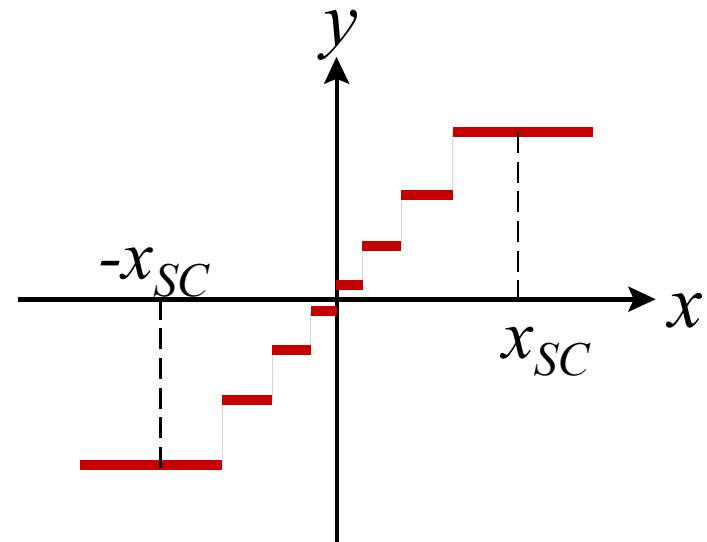
Saturación : $|x| > x_{SC} \Rightarrow$ ruido no acotado

Cuantificación

UNIFORME

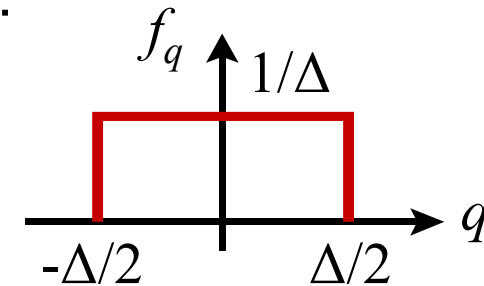


NO UNIFORME



Cuantificación uniforme. Relación S/N

- La función densidad de probabilidad (fdp) del ruido de cuantificación es uniforme entre $-\Delta/2$ y $+\Delta/2$:



$$\text{potencia de ruido} \equiv \langle q^2 \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} q^2 \cdot f_q(q) dq = \frac{\Delta^2}{12}$$

- Calidad \equiv relación $(S/N)_q$:

$$s \equiv \langle x^2(t) \rangle \equiv x_{ef}^2 \rightarrow \left(\frac{s}{n} \right)_q = \frac{x_{ef}^2}{\Delta^2/12}$$

Se considera $R = 1 \Omega$ y
señales de media nula

Cuantificación uniforme. Relación S/N

- Calidad cuando la señal a la entrada es sinusoidal (tono):

$$x_{ef}^2 = x_p^2 / 2$$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_q = \frac{x_p^2 / 2}{\Delta^2 / 12} = \frac{6 x_p^2}{\left(\frac{2 \cdot x_{SC}}{2^n}\right)^2} = 3 \cdot 2^{2n-1} \left(\frac{x_p}{x_{SC}}\right)^2$$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_q = 6,02 \cdot n + 1,76 - 20 \log \left(\frac{x_{SC}}{x_p}\right) \quad [\text{dB}]$$

Caso mejor

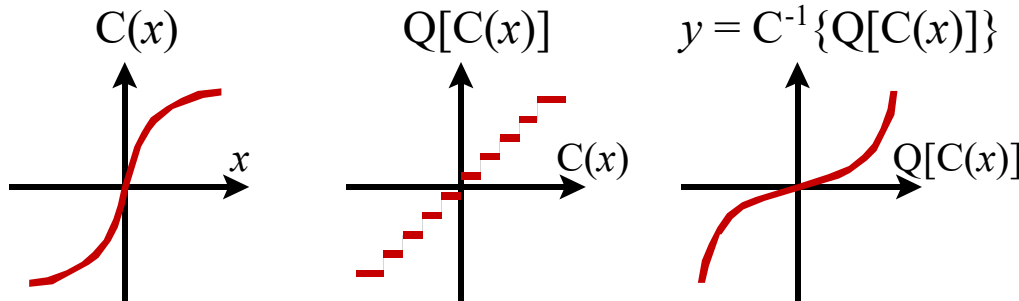
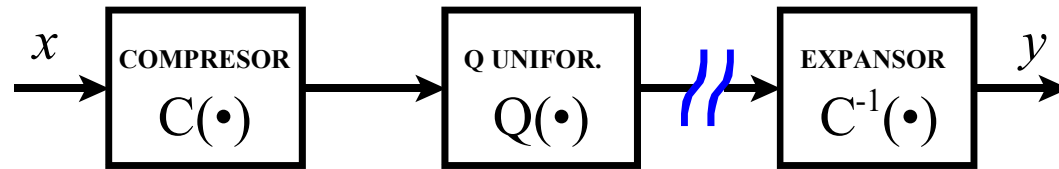
Sinusoide de amplitud de pico
igual al rango de entrada del A/D

$$x_p = x_{SC} \rightarrow 20 \log \left(\frac{x_{SC}}{x_p}\right) = 0 \text{ dB}$$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_q = 6,02 \cdot n + 1,76 \text{ [dB]}$$

- Calidad para otras señales. Bastará determinar su valor cuadrático medio

Cuantificación no uniforme



Ganancia de compansión:

$$g_c = \left. \frac{dC(x)}{dx} \right|_{x \rightarrow 0} \geq 1$$

g_c relaciona tensión de entrada y tensión de salida para amplitudes pequeñas

- Para amplitudes pequeñas hay una ganancia en la $(S/N)_q$:

$$\left(\frac{S}{n} \right)_{q, \text{ no unif}} = \left(\frac{S}{n} \right)_{q, \text{ unif}} \cdot g_c^2$$

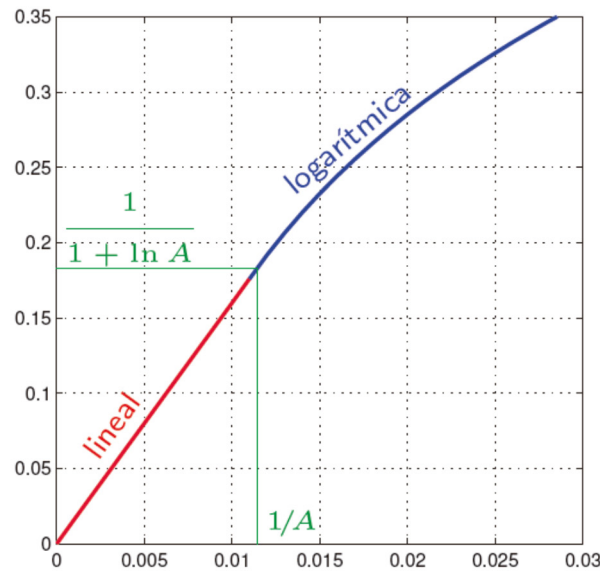
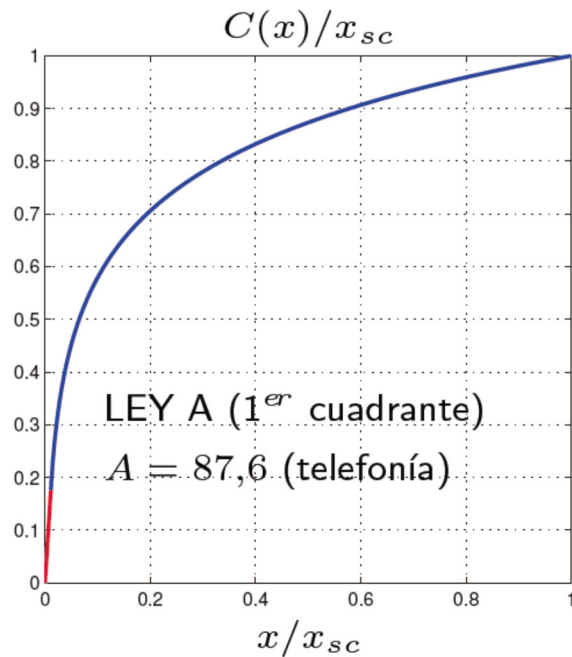
$$\left(\frac{S}{N} \right)_{q, \text{ no unif}} = \left(\frac{S}{N} \right)_{q, \text{ unif}} + \underbrace{20 \log(g_c)}_{G_C} \quad [\text{dB}]$$

Cuantificación no uniforme. Ley A

$$C(x) = \begin{cases} \frac{Ax}{1 + \ln A} & 0 \leq \frac{|x|}{x_{sc}} \leq \frac{1}{A} \\ x_{sc} \frac{1 + \ln \left(A \frac{|x|}{x_{sc}} \right)}{1 + \ln A} \text{sign}(x) & \frac{1}{A} \leq \frac{|x|}{x_{sc}} \leq 1 \end{cases}$$

$$g_c = \frac{A}{1 + \ln A}$$

$$\left(\frac{s}{n} \right)_{q, \text{no unif}} = g_c^2 \cdot \left(\frac{s}{n} \right)_{q, \text{unif}}$$

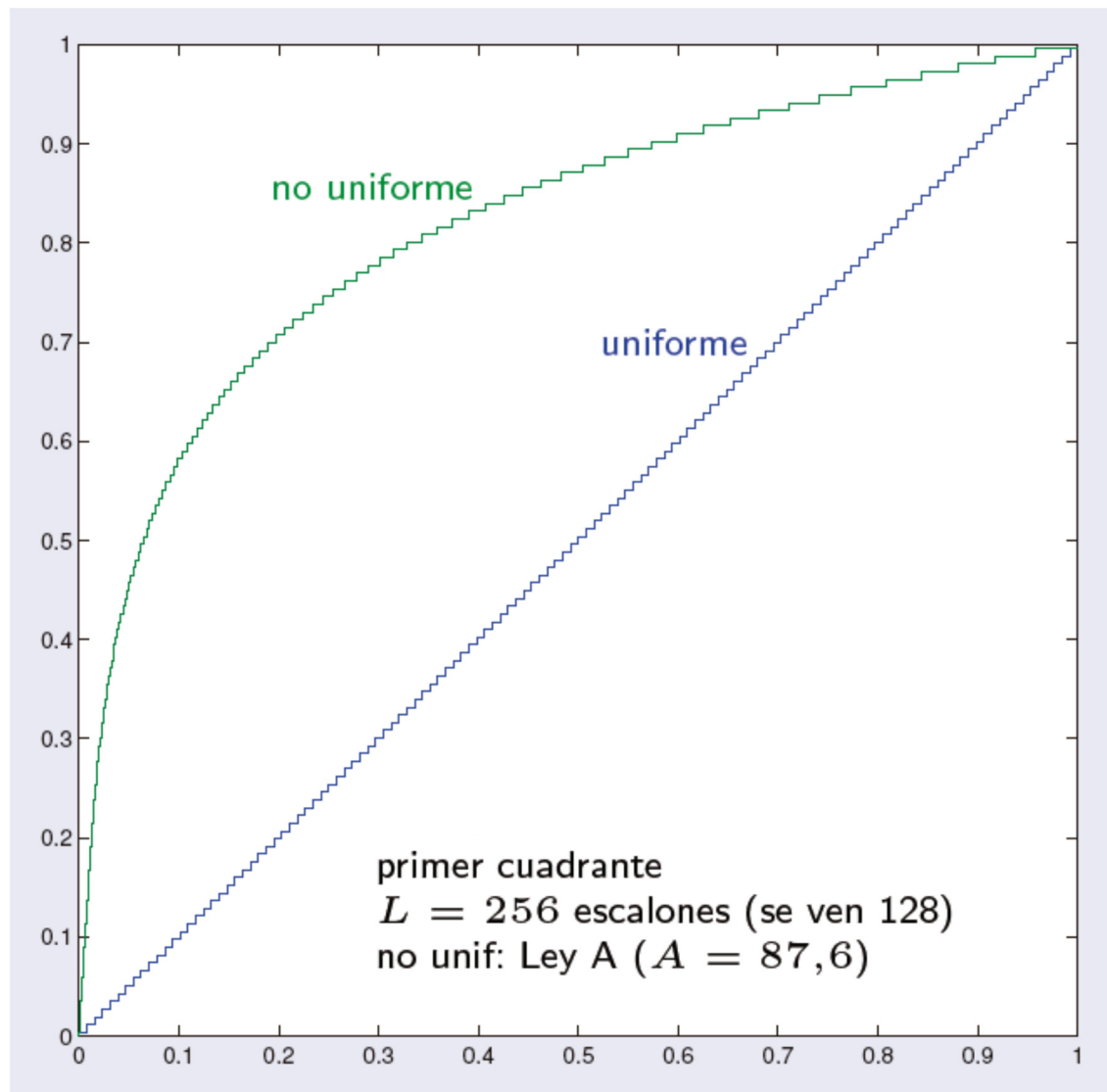


En telefonía:

$A = 87,6$, $g_c = 16$, $G_c = 24$ dB

Un cuantificador uniforme necesitaría **4 bits más** para tener igual calidad (en las amplitudes pequeñas)

Cuantificación no uniforme. Ley A



Tema 6. Conversión A/D y codificación PCM

CODIFICACIÓN PCM

Codificación y reconstrucción de la muestra

Código binario simétrico

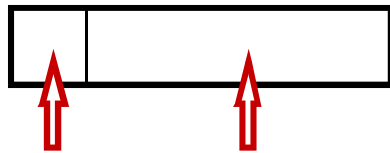
Valor de la muestra m : $x[m] = x(m \cdot T_s)$

Número de escalón: $K = E \left\{ \frac{|x[m]|}{\Delta} \right\}$

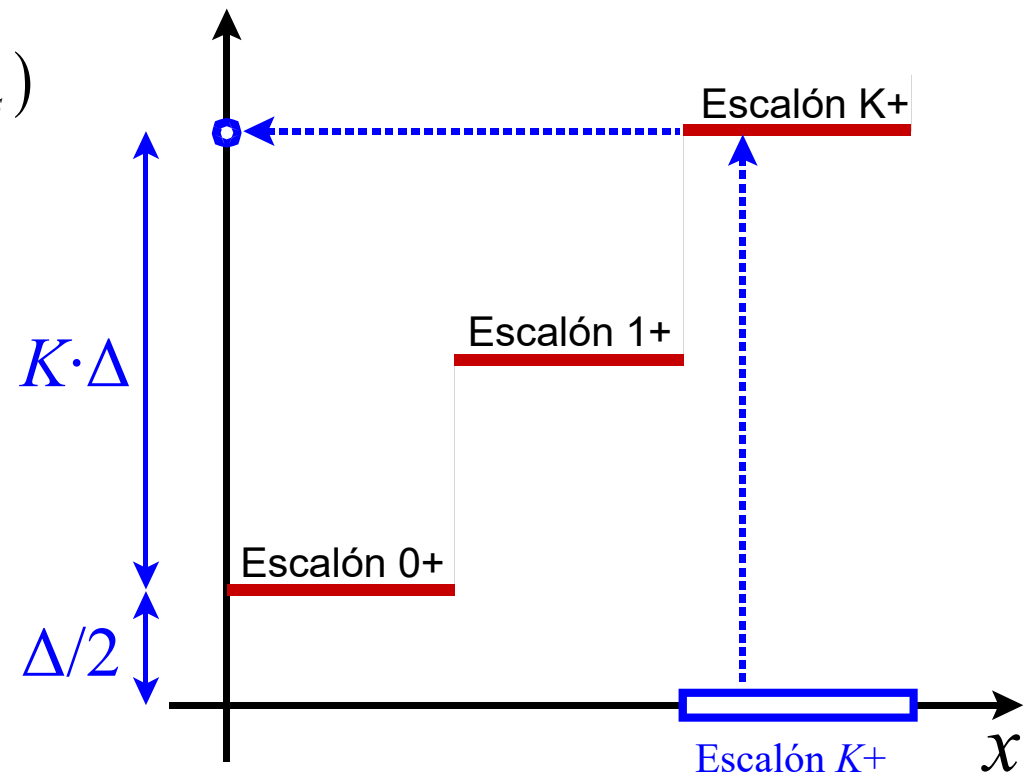
Parte entera

Palabra código

1 bit (n-1) bits



Signo K en binario
1 +
0 -



Decodificación. Valor reconstruido:

$$\tilde{x}[m] = \text{signo} \cdot \Delta \cdot (K + 0,5)$$

Régimen binario:

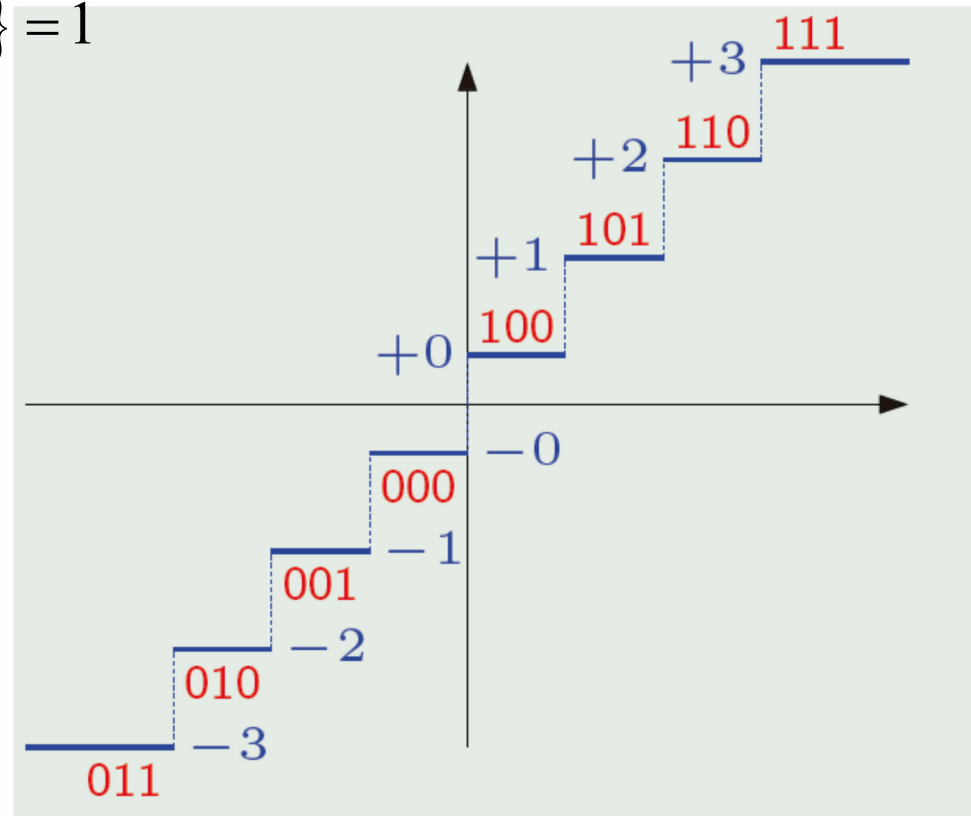
$$R_b = n \cdot f_s \quad (\text{bits/s})$$

Ejemplo

$$\left. \begin{array}{l} n = 3 \\ x[m] = 3/8 \\ x_{SC} = \pm 1 \end{array} \right\} \Delta = \frac{2x_{SC}}{2^3} = \frac{1}{4}$$

$$K = E\left\{\frac{3/8}{1/4}\right\} = E\{1,5\} = 1$$

$$\left. \begin{array}{l} 1 \xrightarrow{2 \text{ bits}} '01' \\ \text{signo} + \rightarrow '1' \end{array} \right\} \Rightarrow \underline{1} \underline{01}$$



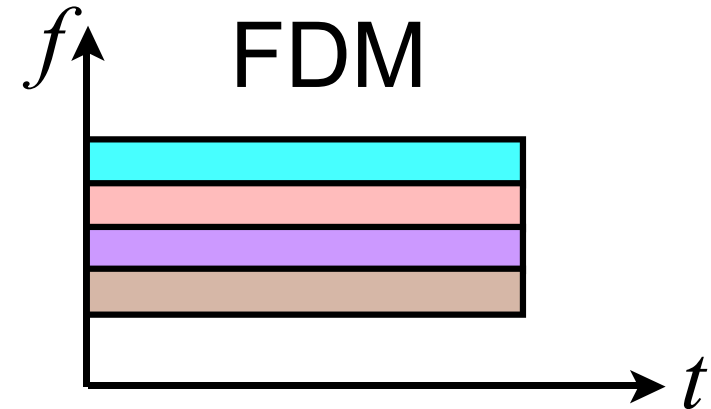
Tema 6. Conversión A/D y codificación PCM

TDM

Multiplexación

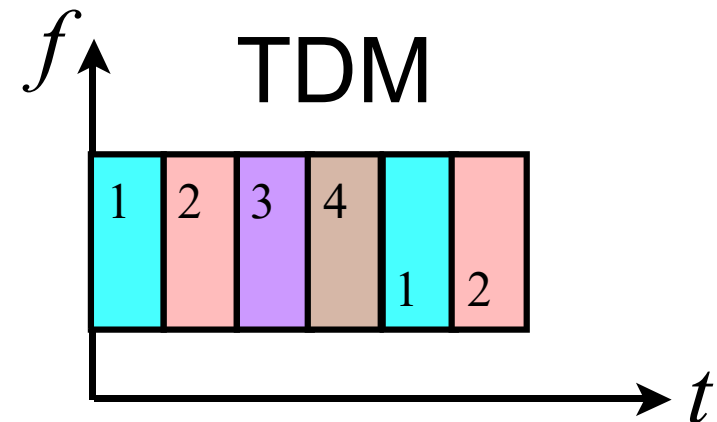
○ FDM

- ✓ Multiplexación por división en frecuencia: *Frequency-Division Multiplexing* (FDM)



○ TDM

- ✓ Compartición de un recurso en diferentes intervalos temporales
- ✓ Multiplexación por División en el Tiempo. *Time-Division Multiplexing* (TDM)



Régimen binario en TDM

- El tiempo de trama es igual al periodo de muestreo: $T_T = T_s$
 - ✓ O equivalentemente, el número de tramas por segundo es igual a la frecuencia de muestreo, f_s

Ejemplo

- 30 canales telefónicos + 16 bits de señalización/control por trama
- $n = 8$ bits
- $f_s = 8$ kHz $\rightarrow T_s = 125 \mu\text{s}$
- Tiempo de trama: $T_T = T_s = 125 \mu\text{s}$
- n° bits/trama = 30 canales \cdot 8 bits + 16 bits señalización = 256 bits
- $R_b = n^\circ$ bits/trama \cdot n° tramas/s = 2048 kbps

