



Apellidos:.....

Nombre: DNI:.....

EJERCICIO 1 (1,5 puntos).

Se dispone de una cadena de recepción formada por tres dispositivos con las ganancias y características de ruido descritas (para la comodidad de cálculos todos los dispositivos se encuentran a $T_0 = 300$ K).

Antena con temperatura de recepción de 200 K

Filtro de entrada con 10 MHz de ancho de banda y una atenuación de 3 dB.

Amplificador (LNA) con ganancia 40 dB y factor de ruido 1,26 veces.

Sistema de distribución cableado con una atenuación de 20 dB.

Potencia recibida en antena -30 dBm

- a) Calcule el factor de ruido de la cadena de recepción en dB y temperatura equivalente total del sistema.

SOLUCION:

Por la fórmula de Friis dada que todo está todo a T_0 se puede emplear indistintamente temperaturas o factores de ruido.

Empleando Factores tenemos

$NF_1(\text{filtro}) = 3 \text{ dB} = 2 \text{ veces}$; $T_1 = (NF_1 - 1)300 = 300 \text{ K}$; $g_{\text{filtro}} = 0,5 \text{ vp}$

$NF_2(\text{amplificador}) = 1 \text{ dB} = 1.26 \text{ veces}$; $T_2 = (NF_2 - 1)300 = 78 \text{ K}$; $g_{\text{LNA}} = 10000 \text{ vp}$

$NF_3(\text{sistema}) = 20 \text{ dB} = 100 \text{ veces}$; $T_3 = (NF_3 - 1)300 = 29700 \text{ K}$; $g_{\text{cable}} = 100 \text{ vp}$

$$Fe = \left(F_1 + \frac{(F_2 - 1)}{g_{\text{Filtro}}} + \frac{(F_3 - 1)}{g_{\text{Filtro}} \times g_{\text{LNA}}} \right) = \left(2 + \frac{0.26}{0.5} + \frac{99}{0.5 \times 10000} \right) = 2 + 0,52 + 0.0198 = 2.5398$$

$T_e = (Fe - 1)300 = 461,94 \text{ K}$ o bien

$$Te = \left(T_1 + \frac{T_2}{g_{\text{Filtro}}} + \frac{T_3}{g_{\text{Filtro}} \times g_{\text{LNA}}} \right) = \left(300 + \frac{78}{0.5} + \frac{29700}{0.5 \times 10000} \right) = 300 + 156 + 5,94$$

$$= 461,94 \text{ K}$$

En T;

$$T_{\text{total}} = T_e + T_{\text{antena}} = 461,94 + 200 = 661,94 \text{ K}$$

b) Calcule el valor C/N.

La señal recibida,

$$C = P_r = -30 \text{ dBm} = 0.05 \text{ mW}$$

El ruido se calcula o por temperatura o por factor de ruido

$$N_{eq \text{ tot}} [W] = (T_{antena} + T_e) k B_{ch} = (200 + 461,94) \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 100000000$$

$$N_{eq \text{ tot}} [W] = 9.144772 \cdot 10^{-14} \text{ W} = -130,4 \text{ dBW} = -100 \text{ dBm}$$

$$C/N = -30 - (-100) = 70 \text{ dB}$$

Apellidos:.....

Nombre: DNI:

EJERCICIO 2 (1,5 Puntos).

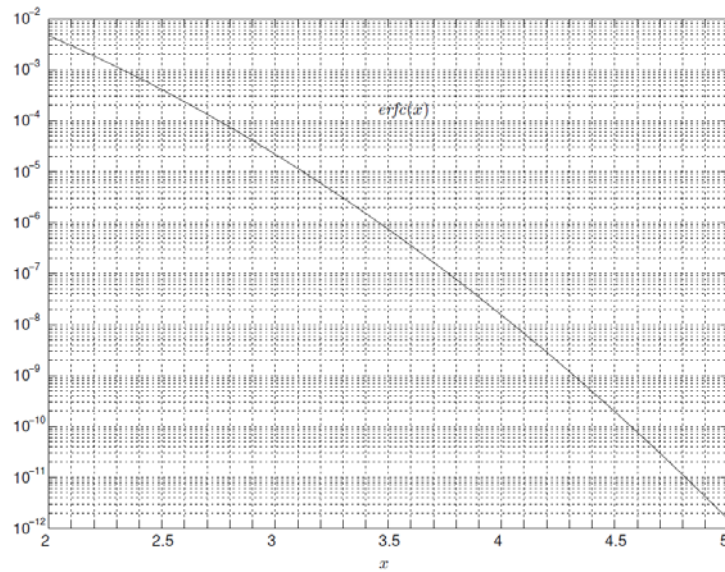
Se quiere digitalizar dos señales analógicas de igual potencia e idéntico ancho de banda, $W=10$ kHz, para transmitir las mediante un multiplex por división en el tiempo (MDT) compuesto por dos canales y longitud trama igual a 20 bits. A tal fin:

- a) Calcule el número de bits que sería necesario reservar en la trama para cada uno de los canales, si se desea que la calidad (relación señal/ruido) de cuantificación de uno de los canales sea 100 veces superior a la calidad de cuantificación del otro (0,4 puntos).

- b) En el caso de codificar la salida del MDT con un código de línea NRZ-Unipolar, calcule el ancho de banda mínimo necesario que debería tener el canal de transmisión para evitar la aparición de interferencia intersímbolo en el receptor (0,4 puntos).

- c) Calcule la potencia media de señal, expresada en dBm, que sería necesario transmitir para conseguir en el receptor una probabilidad de error de bit, PB, mejor que 10^{-5} , utilizando como medio de transmisión un cable coaxial de 5.000 metros de longitud, a temperatura ambiente $T=T_0=290$ K, y atenuación $\alpha = 0,02$ dB/m en toda la banda de paso de la señal (0,7 puntos).

Nota: Considere que el transmisor y el receptor se encuentran también a una temperatura ambiente $T=T_0$. Asimismo, en el caso de no haber resuelto los apartados anteriores, tome $R_B=400$ Kbps.



Soluciones al EJERCICIO 2 (1,5 Puntos).

Se quiere digitalizar dos señales analógicas de igual potencia e idéntico ancho de banda, $W=10$ kHz, para transmitir las mediante un multiplex por división en el tiempo (MDT) compuesto por dos canales y longitud trama igual a 20 bits. A tal fin:

- a) Calcule el número de bits que sería necesario reservar en la trama para cada uno de los canales, si se desea que la calidad (relación señal/ruido) de cuantificación de uno de los canales sea 100 veces superior a la calidad de cuantificación del otro (0,4 puntos).

$$\left. \begin{array}{l} \text{Canal 1.} \quad \left(\frac{S}{Q}\right)_1 = 3M_1^2 \frac{R_k}{x_{k-1}^2} \rightarrow \left(\frac{S}{Q}\right)_1 \text{ (dB)} = 6b_1 + k \\ \text{Canal 2.} \quad \left(\frac{S}{Q}\right)_2 = 3M_2^2 \frac{R_k}{x_{k-1}^2} \rightarrow \left(\frac{S}{Q}\right)_2 \text{ (dB)} = 6b_2 + k \end{array} \right\} \left(\frac{S}{Q}\right)_2 - \left(\frac{S}{Q}\right)_1 = 6(b_2 - b_1) > 20 \text{ dB}$$

En ese caso, $(b_2 - b_1) > 20/6 = 3,33$, de donde $(b_2 - b_1) = 4$

A su vez, la trama tiene 20 bits. De modo que $(b_2 + b_1) = 20$

Dos ecuaciones con dos incógnitas. Solución: $b_1 = 8$ bits y $b_2 = 12$ bits

- b) En el caso de codificar la salida del MDT con un código de línea NRZ-Unipolar, calcule el ancho de banda mínimo necesario que debería tener el canal de transmisión para evitar la aparición de interferencia intersímbolo en el receptor (0,4 puntos).

Si la trama tiene 20 bits, entonces se obtiene una $R_B = 20 f_s$

Por el teorema del muestreo, $f_s > 2W$, dando lugar a una $R_B > 40W$ (1)

Por otro lado, según el Criterio de Nyquist: $R_B < 2B$ (2)

Uniendo las expresiones (1) y (2): $40W < R_B < 2B$, de donde $B > 20 W = 200 \text{ KHz}$

- c) Calcule la potencia media de señal, expresada en dBm, que sería necesario transmitir para conseguir en el receptor una probabilidad de error de bit, P_B , mejor que 10^{-5} , utilizando como medio de transmisión un cable coaxial de 5.000 metros de longitud, a temperatura ambiente $T=T_0=290$ K, y atenuación $\alpha = 0,02$ dB/m en toda la banda de paso de la señal (0,7 puntos).

Nota: Considere que el transmisor y el receptor se encuentran también a una temperatura ambiente $T=T_0$. Asimismo, en el caso de no haber resuelto los apartados anteriores, tome $R_B=400$ Kbps.

Si todo el sistema está a T_0 , entonces el ruido a la salida del cable es: $N_0 = k T_0$

$$P_B = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{E_{BR}}{2N_0}} \right) > 10^{-5} \rightarrow \sqrt{\frac{E_{BR}}{2N_0}} > 3 \rightarrow \left(\frac{E_{BR}}{N_0} \right) = \left(\frac{E_{BR}}{A N_0} \right) = \left(\frac{P_T}{R_B A k T_0} \right) > 18$$

$$P_T > 10 \log(18) + 10 \log(R_B) + \alpha L + 10 \log(k T_0)$$

$$P_T > 10 \log(18) + 10 \log(400 \cdot 10^3 \text{ bps}) + 0,02 \frac{\text{dB}}{\text{m}} \cdot 5000 \text{ m} - 174 \frac{\text{dBm}}{\text{Hz}}$$

$$P_T > -5,4 \text{ dBm}$$

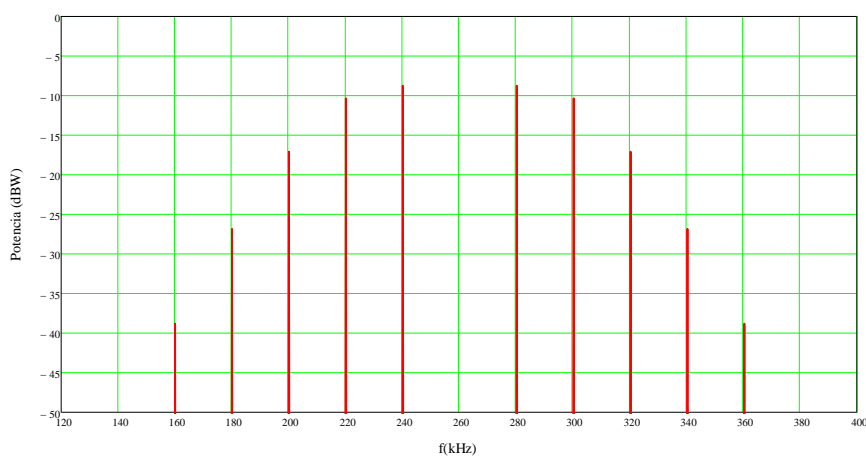


Apellidos:

Nombre: DNI:

PROBLEMA 1 (3,5 Puntos).

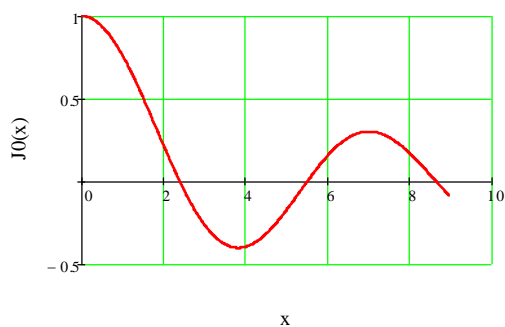
A la salida de un transmisor de FM modulado con un tono se obtiene mediante un analizador de espectros la siguiente imagen obtenida con un ancho de banda de resolución de 1 KHz. El analizador de espectros presenta una resistencia de 50Ω . Las frecuencias y potencias asociadas a cada uno de los picos del espectro son los de la tabla siguiente.



Frecuencias (kHz)	Potencias (dBW)
160	-38,719
180	-26,786
200	-17,033
220	-10,306
240	-8,705
260	< -50
280	-8,705
300	-10,306
320	-17,033
340	-26,786
360	-38,719

NOTA:

Recuerde las siguientes propiedades de la función de Bessel $J_0(x)$



Ceros de la $J_0(x)$	$J_1(p_{0i})$
$p_{01} = 2.404826$	0.519147
$p_{02} = 5.520078$	-0.340265
$p_{03} = 8.653728$	0.271452
$p_{03} = 11.791534$	-0.232460

a) Obtenga el índice de modulación (β) correspondiente al menor ancho de banda de la señal FM. (10%)

b) Obtenga la amplitud y potencia total de la señal FM transmitida. (20%)

- c) Obtenga la expresión de la señal FM en el tiempo. (10%)
- d) Obtenga el ancho de banda de Carson y la potencia correspondiente a este ancho de banda. ¿Qué porcentaje de potencia se ha asociado al ancho de banda de Carson? (10%)
- e) Si la señal a ruido en un detector de FM a la salida del filtro de postdetección es de $((S/N)_S) = 31 \text{ dB}$, obtenga la relación señal a ruido de entrada del detector de FM $(S/N)_E$. (20%)
- f) Si la señal transmitida se atenúa 90 dB entre el transmisor y el receptor de FM, calcule la máxima densidad espectral de ruido unilateral N_0 dBW/Hz a la entrada del demodulador de FM, para que a la salida del filtro de postdetección la relación señal a ruido $((S/N)_S)$ sea de 31 dB. (20%)

- g) Calcule aproximadamente la frecuencia de corte del filtro de preénfasis y deénfasis para que la mejora de relación señal a ruido (S/N) por pre-de énfasis sea de 7 dB. (10%)

Soluciones al PROBLEMA 1 (3,5 Puntos).

a) Obtenga el índice de modulación (β) correspondiente al menor ancho de banda de la señal FM. (10%)

Puesto que el pico del espectro correspondiente la frecuencia central ($f_c=260$ kHz) es nula esto es porque corresponde a un cero de la función de Bessel más pequeño

$$J_0(\beta) = 0 \Rightarrow \beta = 2.404826$$

b) Obtenga la amplitud y potencia total de la señal FM transmitida. (20%)

Método a)

Sumando las potencias correspondientes a todos los picos del espectro se obtienen la potencia total

Frecuencias (kHz)	Potencias (dBW)	Potencias (W)
160	-38.719	$1,343059 \cdot 10^{-4}$
180	-26.786	$2,096092 \cdot 10^{-3}$
200	-17.033	0,019801
220	-10.306	0,093206
240	-8.705	0,134757
260	< -50	≈ 0
280	-8.705	0,134757
300	-10.306	0,093206
320	-17.033	0,019801
340	-26.786	$2,096092 \cdot 10^{-3}$
360	-38.719	$1,343059 \cdot 10^{-4}$
Potencia (W)=		0,499988 ≈ 0.5 W

Puesto que la potencia vale 0.5 W: $p_{FM} = \frac{A^2}{2R} \Rightarrow A = \sqrt{2Rp_{FM}} = \sqrt{2 \cdot 50 \cdot 0.5} = 7.071$ V

Método b)

Siendo $J_1(\beta) = 0,519147$ y puesto que $\frac{A^2}{2R} J_1^2(\beta) = 0,134757$, entonces $A = \frac{\sqrt{2R \cdot 0,134757}}{J_1(\beta)} = 7.071$ V

En consecuencia la $p_{FM} = \frac{A^2}{2R} = 0.5$ W

c) Obtenga la expresión de la señal FM en el tiempo. (10%)

Por otra parte del espectro y de la tabla se obtiene $f_c = 260$ Hz y $f_m = 20$ kHz

En consecuencia:

$$y_{FM} = A \cdot \cos(2\pi f_c t + \beta \cdot \sin(2\pi f_m t)) = 7.071 \cdot \cos(2\pi \cdot 260 \cdot 10^3 t + 2.404826 \cdot \sin(2\pi \cdot 20 \cdot 10^3 t))$$

d) Obtenga el ancho de banda de Carson y la potencia correspondiente a este ancho de banda. ¿Qué porcentaje de potencia se ha asociado al ancho de banda de Carson? (10%)

Conocido el índice de modulación β el ancho de banda de Carson se obtiene como:

$$B = 2f_m(\beta + 1) = 2 \cdot 20(2.404826 + 1) = 136.193 \text{ kHz}$$

El ancho de Banda de Carson se encuentra entre $260 + \frac{136.193}{2} = 328.097$ kHz y $260 - \frac{136.193}{2} = 191.903$ kHz, por lo que hay que considerar sólo los siguientes picos:

Frecuencias (kHz)	Potencias (dBW)	Potencias (W)
200	-17.033	0.019801
220	-10.306	0.093206
240	-8.705	0.134757
260	< -50	≈0
280	-8.705	0.134757
300	-10.306	0.093206
320	-17.033	0.019801
Potencia (W)=		0.495527 W

El porcentaje de potencia asociado al ancho de banda de Carson es del $\frac{0.495527}{0.499988} \cdot 100 = 99\%$

e) Si la señal a ruido en un detector de FM a la salida del filtro de postdetección es de $(S/N)_S = 31 \text{ dB}$, obtenga la relación señal a ruido de entrada del detector de FM $(S/N)_E$. (20%)

Considerando la expresión de la relación señal a ruido a la salida del filtro de postdetección, el parámetro z vale:

$$\left(\frac{S}{N}\right)_S = 31 \text{ dB} \Rightarrow (S/N)_S = 3\beta^2 \langle x_n^2 \rangle z \Rightarrow z = \frac{(S/N)_S}{3\beta^2 \langle x_n^2 \rangle} = \frac{10^{3.1}}{3 \cdot 2.404826^2 \cdot 0.5} = 145.124$$

Este parámetro z es mayor que el correspondiente al de z_{umbral}

$$z_{\text{umbral}} = 40(\beta + 1) = 136.193$$

En consecuencia

$$(S/N)_E = \frac{z}{2(\beta + 1)} = 21.312 \Rightarrow 10 \cdot \log((S/N)_E) = 13.286 \text{ dB}$$

f) Si la señal transmitida se atenúa 90 dB entre el transmisor y el receptor de FM, calcule la máxima densidad espectral de ruido unilateral N_0 dBW/Hz a la entrada del demodulador de FM, para que a la salida del filtro de postdetección la relación señal a ruido $(S/N)_S$ sea de 31 dB. (20%)

Sabiendo que la potencia recibida en frente del detector toma el valor de:

$$p_R = \frac{A^2}{2R} \cdot a_{\text{medio}} = \frac{14.142^2}{2 \cdot 50} \cdot 10^{-9} = 5 \cdot 10^{-10} \text{ W}$$

En consecuencia, conocido el valor de z del apartado anterior, la densidad espectral de ruido unilateral frente al detector toma el valor de:

$$z = \frac{p_R}{n_0 W} \Rightarrow n_0 = \frac{p_R}{z W} = \frac{2 \cdot 10^{-5}}{145.124 \cdot 20 \cdot 10^3} = 1.7227 \cdot 10^{-16} \frac{\text{W}}{\text{Hz}} \Rightarrow N_0 = -157.638 \frac{\text{dBW}}{\text{Hz}}$$

g) Calcule aproximadamente la frecuencia de corte del filtro de preénfasis y deénfasis para que la mejora de relación señal a ruido (S/N) por pre-de énfasis sea de 7 dB (10%)

Si la mejora de (S/N) es de 12 dB:

$$M = 7 \text{ dB} \Rightarrow m \approx \frac{1}{3 \left(\frac{f_{\text{corte}}}{W}\right)^2} = 10^{0.7} = 5.012 \Rightarrow \frac{f_{\text{corte}}}{W} = 0.2579 \Rightarrow f_{\text{corte}} = 5.158 \text{ kHz}$$



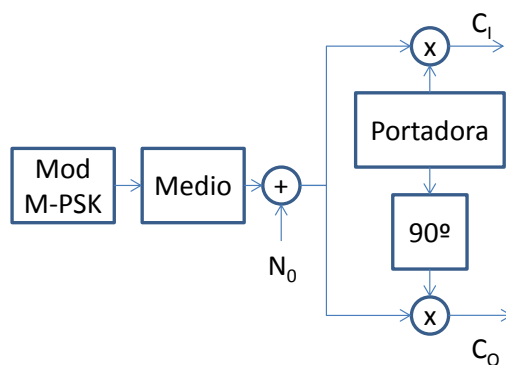
Apellidos:

Nombre: DNI:

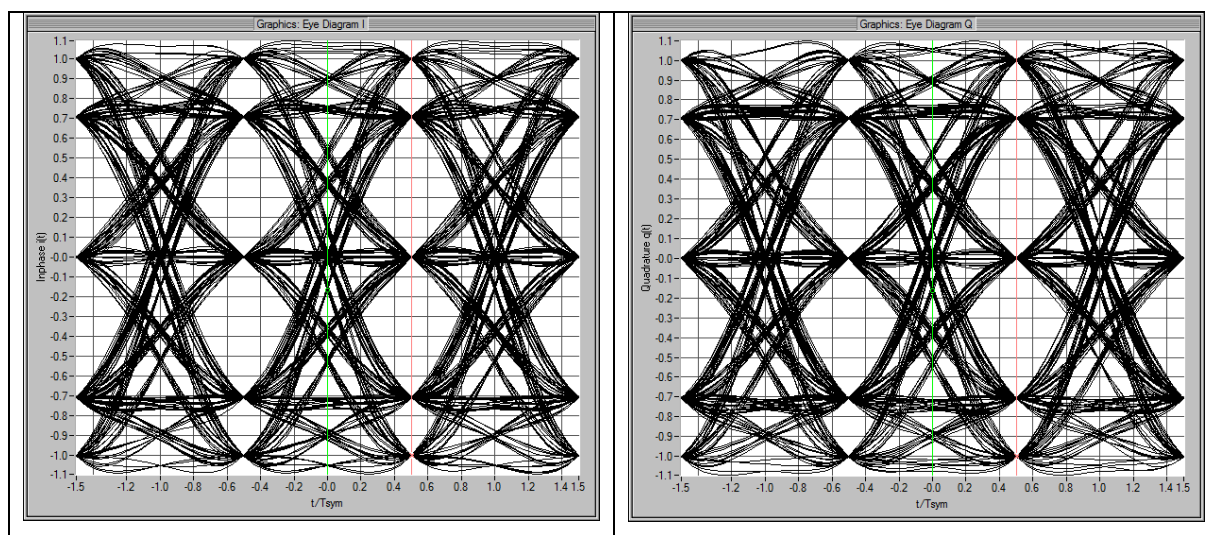
PROBLEMA 2 (3,5 Puntos).

De un sistema de comunicación digital se saben los siguientes datos:

- En la figura 1 se presenta el diagrama de bloques del sistema. La parte del transmisor, medio y receptor IQ aparece detallada.



- En la figura se observan los diagramas de ojos normalizados que se recibirían (puntos CI y CQ de la figura 2) en ausencia de ruido.



- El modulador entrega al medio (punto A) una potencia media $p_{TX} = 100 \text{ mW}$.
- El medio de transmisión atenúa 60 dB.
- El tiempo de símbolo es de $0,9765625 \cdot 10^{-6} \text{ sec}$.
- Se filtra en coseno alzado, con factor de redondeo $\alpha = 0,9$.
- La frecuencia portadora es $f_c = 2,4 \text{ GHz}$.
- Todo el ruido del sistema equivale a una contribución unilateral blanca aditiva $N_0 = 7,8 \cdot 10^{-16} \text{ W/Hz}$, a la entrada del receptor.
- Se requiere una calidad BER mejor que 10^{-9} .
- Suponga que todo el sistema está adaptado a $R = 50 \Omega$.

Se pregunta:

1. Indique, razonadamente, cual es la modulación que se utiliza. ¿Cuántos símbolos tiene?
2. Calcule el régimen simbólico y el régimen binario del sistema.
3. Calcule el ancho de banda que ocupa la señal modulada.
4. Dibuje la constelación recibida (punto B), antes de sumar el ruido. Utilice ejes ortonormales (con energía unitaria); indique las coordenadas de cada señal. Realice una asignación de código según Gray.
5. Estudie si el sistema cumple el objetivo de calidad especificado.

Soluciones al PROBLEMA 2 (3,5 Puntos).

1. Indique, razonadamente, cual es la modulación que se utiliza. ¿Cuántos símbolos tiene?

8-PSK y 3 símbolos como se aprecia en la figura 2.

2. Calcule el régimen simbólico y el régimen binario del sistema.

El tiempo de símbolo es de $0,9765625 \cdot 10^{-6}$ sec y $R_s = \frac{1}{T_s} = 1024$ kbaudio

Como 8-PSK, entonces $k=3$ y $R_b = kR_s = 3072$ kbps

3. Calcule el ancho de banda que ocupa la señal modulada.

El ancho de banda de Nyquist en paso bajo vale:

$$B_{PB} = \frac{R_s}{2}(1 + \alpha) = 512 \cdot 10^3(1 + 0.9) = 972,8 \text{ kHz}$$

Y el ancho de banda de la señal modulada es de:

$$B = 2 \cdot B_{PB} = 1945,6 \text{ kHz}$$

4. Dibuje la constelación recibida (punto B), antes de sumar el ruido. Utilice ejes ortonormales (con energía unitaria); indique las coordenadas de cada señal. Realice una asignación de código según Gray.

La Energía media transmitida toma el valor de:

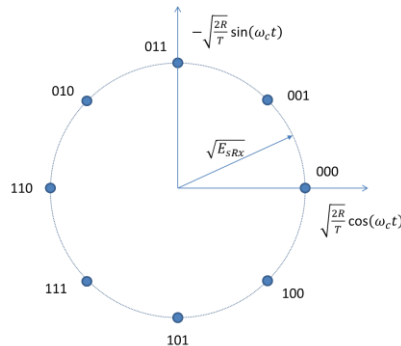
$$\langle E_{Tx} \rangle = p_{Tx} T_s = \frac{p_{Tx}}{R_s} = \frac{100 \cdot 10^{-3} \text{ W}}{1024000} = 9,7656 \cdot 10^{-8} \text{ Julios}$$

La energía recibida vale:

$$\langle E_{Rx} \rangle = \frac{\langle E_{Tx} \rangle}{a} = \frac{5,2734375 \cdot 10^{-7}}{10^6} = 9,766 \cdot 10^{-14} \text{ Julios}$$

$$\rightarrow \sqrt{\langle E_{Rx} \rangle} = 3,125 \cdot 10^{-7}$$

En consecuencia



5. Estudie si el sistema cumple el objetivo de calidad especificado.

Dando como valores:

$$M = 2^k = 8 \quad N_0 = 7,8 \cdot 10^{-16} \text{ W/Hz}$$

La probabilidad de símbolo vale:

$$P_s = \text{erfc} \left(\sqrt{\frac{E_s}{N_0}} \sin \left(\frac{\pi}{M} \right) \right) = 1,399 \cdot 10^{-9}$$

y la probabilidad de bit es:

$$P_b = \frac{P_s}{k} = 4,663 \cdot 10^{-10} < 10^{-9}$$