



TEORÍA DE LA COMUNICACIÓN
Examen extraordinario, julio de 2016
TEORÍA – PARTE 1

TSC

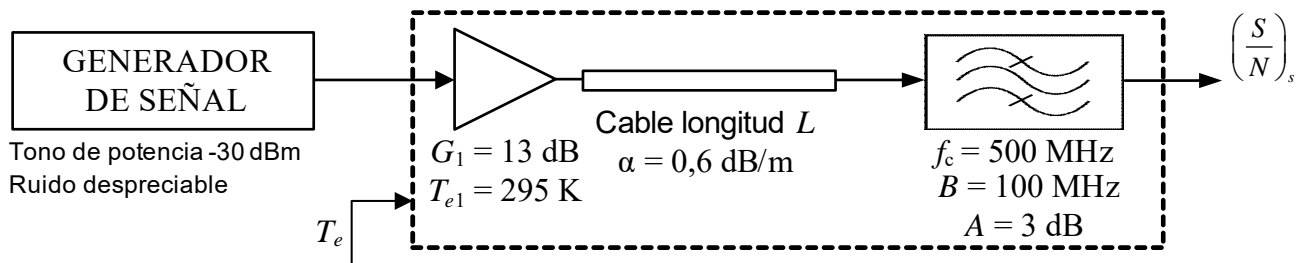
El examen de la 1ª parte de la asignatura consta de dos problemas de igual valor.

Responder en hojas de examen, utilizando hojas **distintas** para cada problema. Si necesita varias hojas para el mismo problema, numérelas (1/2, 2/2). Ponga el nombre en todas las hojas.

Duración: 80 min.

PROBLEMA 1 (5 puntos). Se emplea un generador de señal para introducir un tono de potencia -30 dBm a un sistema formado por un amplificador, un cable y un filtro paso banda (ver figura). Se indican a continuación los parámetros principales:

- El amplificador tiene 13 dB de ganancia y temperatura equivalente 295 K.
- La atenuación específica del cable es $\alpha = 0,6$ dB/m. Su longitud es L .
- El filtro paso banda está centrado en 500 MHz y tiene un ancho de banda de 100 MHz; introduce una atenuación de 3 dB en la banda de paso.
- Todo el sistema se encuentra a temperatura física $T_0 = 300$ K y está adaptado a 50Ω .
- Constante de Boltzmann $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K.



- 1) Calcular la longitud del cable, L (en metros), para que la temperatura equivalente del sistema (amplificador + cable + filtro) sea $T_e = 400$ K. (40%)
- 2) Calcular la relación señal a ruido a la salida del sistema, $(S/N)_s$, en dB. (20%)
- 3) Se conecta a la salida del sistema un analizador de espectros con la siguiente configuración:
Frecuencia central: 500 MHz.
SPAN: 100 MHz.
Ancho de banda de resolución, $RBW = 3$ MHz.

El ruido interno generado por el analizador es despreciable.

Indicar los valores que se visualizan en la pantalla, tanto la potencia correspondiente al tono como el nivel del suelo de ruido. (40%)

Nota. Si no ha resuelto el apartado 1, considere un cable de longitud 5 m para contestar el apartado 3.

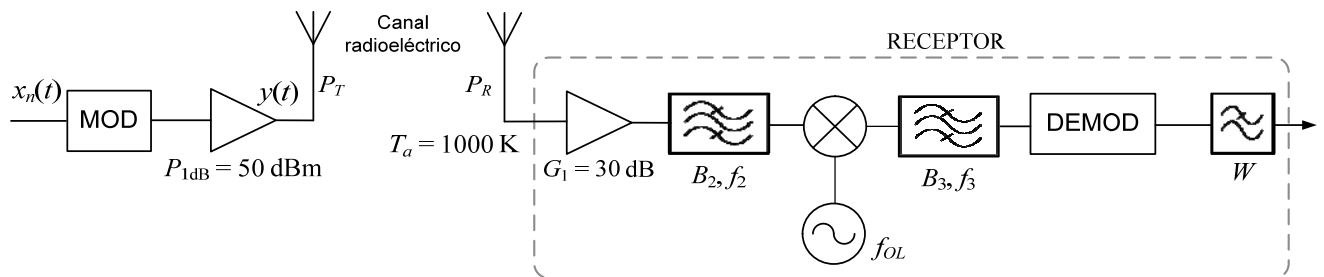
PROBLEMA 2 (5 puntos). Un sistema de comunicaciones que emplea modulación FM transmite una señal normalizada, $x_n(t)$, de frecuencia máxima 15 kHz y valor cuadrático medio normalizado $\langle x_n^2(t) \rangle = 0,25 \text{ V}^2$. La desviación máxima de frecuencia es $\Delta f = 90 \text{ kHz}$ y la frecuencia portadora $f_c = 200 \text{ MHz}$. Se emplea preénfasis/deénfasis, siendo el factor de mejora $M = 10 \text{ dB}$.

El amplificador del transmisor trabaja en su punto de compresión a 1 dB: $P_{1\text{dB}} = 50 \text{ dBm}$ (potencia expresada a la salida).

Se indican a continuación diversos parámetros del receptor superheterodino:

- La temperatura de ruido captada por la antena es 1000 K.
- El amplificador del receptor tiene 30 dB de ganancia.
- El primer filtro paso banda tiene un ancho de banda $B_2 = 10 \text{ MHz}$ y está centrado en la frecuencia f_2 . No introduce atenuación ni ruido en la banda de paso.
- El oscilador local del receptor tiene una frecuencia f_{OL} , a determinar.
- El segundo filtro paso banda está centrado en la frecuencia intermedia $f_3 = 10,7 \text{ MHz}$. Tiene un ancho de banda B_3 , a determinar. No introduce atenuación ni ruido en la banda de paso.
- Todo el sistema está adaptado a 50Ω .

La potencia recibida en la antena es $P_R = -100 \text{ dBm}$. Se exige una calidad mínima $(S/N)_S = 50 \text{ dB}$ a la salida del receptor.



1) Indicar valores adecuados para las frecuencias f_2 y f_{OL} . Indique un valor óptimo para el ancho de banda B_3 , con el objetivo de minimizar el efecto del ruido. (20%)

2) Dado que el amplificador del receptor es de elevada ganancia, puede considerarse que todo el ruido en el receptor es debido a este componente, además del ruido captado por la antena. Determinar la máxima temperatura equivalente del amplificador para garantizar la calidad mínima exigida. No olvide comprobar que el sistema trabaja por encima del umbral. (40%)

3) Determinar la atenuación introducida por el canal radioeléctrico. (10%)

4) Suponer ahora que la señal moduladora es un tono normalizado de frecuencia 10 kHz. Escribir la expresión temporal de la señal modulada tras el amplificador del transmisor, $y(t)$, en la forma habitual:

$$y(t) = A \cos(\omega_c t + \beta \sin(\omega_m t))$$

sustituyendo todas las variables por sus valores numéricos correspondientes. ¿Cuál es el ancho de banda de Carson en este caso? (30%)

Nota. Los apartados 3 y 4 pueden realizarse de manera independiente a los anteriores.



TEORÍA DE LA COMUNICACIÓN
Examen extraordinario, julio de 2016
TEORÍA – PARTE 2

TSC

El examen de la 2ª parte de la asignatura consta de dos problemas de igual valor.

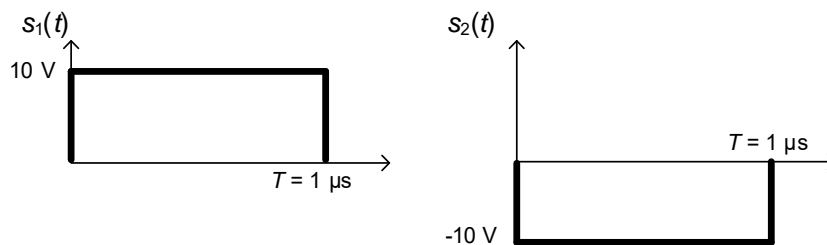
Responder en hojas de examen, utilizando hojas distintas para cada problema. Si necesita varias hojas para el mismo problema, numérelas (1/2, 2/2). Ponga el nombre en todas las hojas.

Duración: 90 min.

PROBLEMA 3 (5 puntos). Un sistema de comunicaciones digitales en banda base transmite M canales vocales telefónicos multiplexados en el dominio del tiempo (TDM). Para ello se dispone de M conversores analógico-digital de frecuencia de muestreo 12,5 kHz, cuantificación no uniforme (ley A, ganancia de compansión $G_c = 15$ dB), 8 bits de resolución y rango o nivel de sobrecarga $x_{sc} = \pm 3$ V.

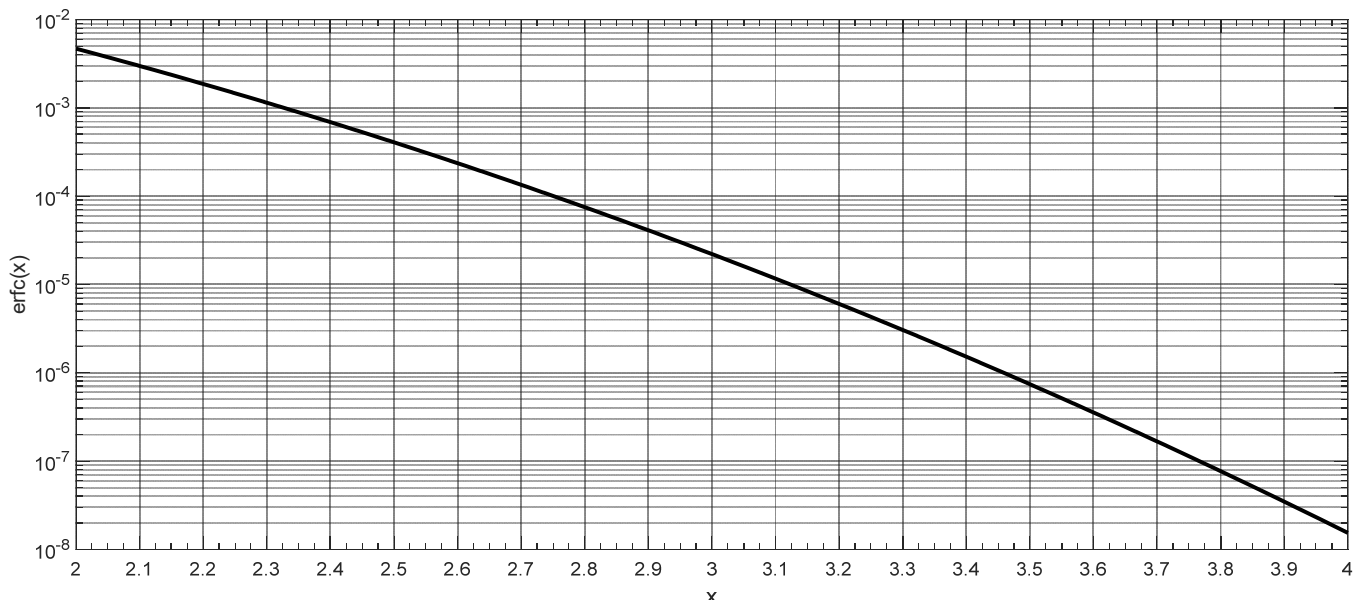
El multiplexor TDM no añade ningún tipo de información de señalización o control.

El flujo binario generado por el multiplexor se lleva a un codificador de línea NRZ polar (± 10 V), con las señales que se indican la figura ($T = \text{tiempo de símbolo} = 1 \mu\text{s}$).



- 1) Los canales vocales se caracterizan por un valor cuadrático medio, $\langle x^2(t) \rangle$, de $0,46 \text{ V}^2$, y una frecuencia máxima de 5 kHz. Calcular la relación señal-ruido de cuantificación a la salida de cualquiera de los conversores analógico-digital. (35%)
- 2) Determinar el número máximo de canales vocales, M , que pueden transmitirse con el codificador de línea. (20%)
- 3) Se transmite la señal NRZ por un canal que atenúa 140 dB. La temperatura de ruido total equivalente en el receptor, incluyendo el ruido de la línea de transmisión, es de 8050 K. Considerar $R = 1 \Omega$. Calcular la probabilidad de bit erróneo en recepción, suponiendo que ambas señales se transmiten con la misma probabilidad. (45%)

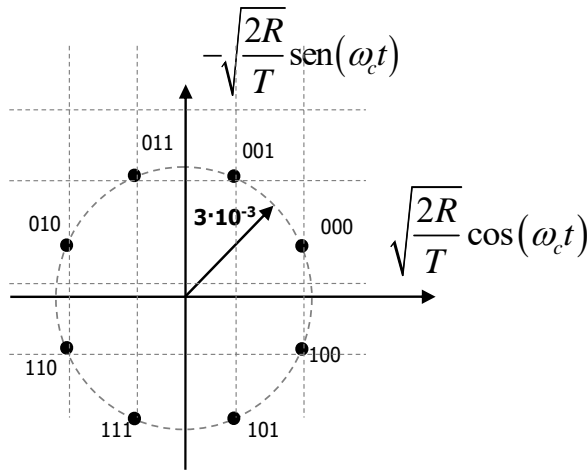
Notas. Puede contestar a cualquiera de las preguntas sin haber resuelto las anteriores. Se adjunta gráfica de función de error complementario. Constante de Boltzmann $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$.



PROBLEMA 4 (5 puntos). Se diseña un sistema de comunicación digital paso banda cuya constelación en emisión, normalizada en energía, se muestra en la figura; todos los símbolos están situados en una circunferencia de radio $3 \cdot 10^{-3}$. La frecuencia de la portadora es 400 MHz y se quiere transmitir una señal digital de $R_b = 30$ Mbps. Se emplea un coseno alzado, con factor de *roll-off* $\alpha = 0,2$. Considerar $R = 50 \Omega$.

La densidad de potencia de ruido (total, equivalente) a la entrada del receptor es $N_0 = 1,21 \cdot 10^{-19}$ W/Hz. Se requiere una probabilidad de error bit de 10^{-6} .

- 1) Calcular potencia media transmitida y ancho de banda de la señal modulada. (25%)
- 2) Escriba la expresión en el dominio del tiempo $s_i(t)$ correspondiente al símbolo transmitido 010. Debe expresarlo en modulo y fase, es decir, $s_i(t) = A_i \cos(\omega_c t + \phi_i)$. (20%)
- 3) Calcular la potencia recibida para cumplir con el requisito de calidad ($\text{BER} = 10^{-6}$). (40%)
- 4) Determinar las coordenadas en fase y cuadratura (en una base ortonormal) de la señal recibida cuando se ha transmitido el símbolo 010, sin tener en cuenta el efecto del ruido. Si no ha resuelto el apartado anterior, considere que el medio de transmisión atenúa 120 dB. (15%)



Probabilidad de error en PSK:

$$P_s \approx \text{erfc} \left[\sqrt{\frac{E_s}{N_0}} \sin \left(\frac{\pi}{M} \right) \right]$$

Constelación en emisión, normalizada en energía

Nota. Utilice la gráfica de error complementario del problema 3.

Soluciones

PROBLEMA 1

1)

$$g_1 = 20$$

$$T_{e2} = (a_2 - 1)T_0$$

$$T_{e3} = (a_3 - 1)T_0 = (2 - 1)T_0 = 300 \text{ K}$$

$$T_e = 295 + \frac{(a_2 - 1)300}{20} + \frac{300}{20 \cdot \frac{1}{a_2}} = 400 \text{ K} \rightarrow a_2 = 4$$

$$A_2 = 10 \log a_2 = 6 \text{ dB} = \alpha \cdot L \rightarrow L = 10 \text{ m}$$

2) La relación señal a ruido a la salida puede calcularse a la entrada, utilizando el concepto de temperatura total equivalente de ruido. En este caso, puesto que el generador de señal no añade ruido, la temperatura total equivalente de ruido es 400 K.

Hay que tomar $B = 100 \text{ MHz}$, puesto que es el filtro paso banda el que limita el ruido disponible a la salida.

$$\left(\frac{s}{n}\right)_s = \frac{10^{-6}}{k \cdot T_{eT} \cdot B} = \frac{10^{-6}}{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 400 \cdot 10^8} = 1811594 \rightarrow 62,6 \text{ dB}$$

3) Para obtener la potencia de señal visualizada en el analizador de espectros, bastará con sumar a la potencia de -30 dBm las ganancias de los diversos componentes (amplificador, cable, filtro):

$$P_s = -30 + 13 - 6 - 3 = -26 \text{ dBm}$$

La densidad espectral de potencia de ruido a la salida del sistema será:

$$N_0 = k \cdot T_{eT} \cdot g_1 \cdot \frac{1}{a_2} \cdot \frac{1}{a_3} = 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 400 \cdot 20 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = 1,38 \cdot 10^{-20} \text{ W/Hz}$$

Con un $RBW = 3 \text{ MHz}$, el suelo de ruido que se visualizará en el analizador es:

$$N = N_0 \cdot RBW = 4,14 \cdot 10^{-14} \text{ W} \quad (-103,8 \text{ dBm})$$

PROBLEMA 2

1) Lo más razonable es que el primer filtro esté centrado en la frecuencia portadora, luego $f_2 = 200$ MHz. Hay otras soluciones posibles que permiten dejar pasar toda la señal modulada.

La frecuencia del oscilador local puede ser $f_{OL} = 189,3$ ó $210,7$ MHz. En ambos casos, al mezclar con la señal modulada, centrada en 200 MHz, resultará una frecuencia intermedia de 10,7 MHz.

Para el segundo filtro se toma el menor ancho de banda posible, coincidente con el ancho de banda de una señal modulada FM. Según Carson:

$$B_3 = 2(\Delta f + W) = 2(90 + 15) = 210 \text{ kHz}$$

2)

$$D = \frac{\Delta f}{W} = \frac{90}{15} = 6$$

$$M = 10^{\frac{10 \text{ dB}}{10}} = 10 \text{ (en unidades naturales)}$$

$$\left(\frac{s}{n}\right)_s = 3 \cdot D^2 \cdot \langle x_n^2 \rangle \cdot z \cdot M = 10^5 \rightarrow z = 370,4$$

$$z = \frac{P_R}{N_0 \cdot W} = \frac{10^{-13}}{N_0 \cdot 15000} = 370,4 \rightarrow N_0 = 1,8 \cdot 10^{-20}$$

$$N_0 = k \cdot (T_a + T_{e1}) \rightarrow T_a + T_{e1} = 1304 \rightarrow T_{e1} = 304 \text{ K}$$

El umbral es $z_u = 40(D+1) = 280$. El valor de z requerido es superior a z_u .

3) El amplificador del transmisor proporciona una potencia de 50 dBm, puesto que el enunciado nos indica que está trabajando justamente en el punto de compresión a 1 dB.

$$\text{Atenuación} = P_T - P_R = 50 \text{ dBm} - (-100 \text{ dBm}) = 150 \text{ dB}$$

4)

$$p_T = \frac{A^2}{2 \cdot 50} = 100 \text{ W} \rightarrow A = 100 \text{ V}$$

$$\beta = \frac{\Delta f}{f_m} = \frac{90}{10} = 9$$

$$y(t) = 100 \cos(2\pi \cdot 2 \cdot 10^8 t + 9 \sin(2\pi \cdot 10^4 t))$$

$$B_{\text{carson}} = 2(\Delta f + f_m) = 200 \text{ kHz}$$

PROBLEMA 3

1)

$$\Delta = \frac{2 \cdot 3}{2^8} = 2,34 \cdot 10^{-2} \text{ V}$$

$$\left(\frac{s}{n}\right)_{\text{unif}} = \frac{0,46}{\Delta^2/12} = 10048 \rightarrow \left(\frac{S}{N}\right)_{\text{unif}} = 40 \text{ dB}$$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{\text{no unif}} = \left(\frac{S}{N}\right)_{\text{unif}} + G_c = 40 + 15 = 55 \text{ dB}$$

2) El régimen binario a la salida del multiplexor TDM es 10^6 bits/s ya que el periodo de símbolo (igual al periodo de bit, en este caso) es $1 \mu\text{s}$.

Régimen binario que aporta cada canal: $12,5 \text{ kHz} \cdot 8 \text{ bits} = 100000 \text{ bits/s}$.

Luego $M = 10$, ya que $100000 \cdot 10 = 10^6 \text{ bits/s}$.

3) En transmisión:

$$E_b = E_s = \frac{10^2}{R_s} = 10^{-4} \text{ J}$$

En recepción:

$$E_b = 10^{-18} \text{ J}$$

$$N_0 = k \cdot T_{eT} = 1,111 \cdot 10^{-19}$$

$$\frac{E_b}{N_0} = 9,00 \rightarrow \sqrt{\frac{E_b}{N_0}} = 3$$

$$P_b = \frac{1}{2} \text{erfc}\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right) = \frac{1}{2} \text{erfc}(3) \cong \frac{1}{2} 2 \cdot 10^{-5} = 10^{-5}$$

También puede resolverse en función de la distancia entre símbolos, y utilizando la fórmula de probabilidad de error del receptor binario óptimo:

$$d = 2\sqrt{E_s} = 2 \cdot 10^{-9}$$

$$\sigma_0 = \sqrt{\frac{N_0}{2}} = 2,357 \cdot 10^{-10}$$

$$P_b = \frac{1}{2} \text{erfc}\left(\frac{d}{2\sqrt{2} \cdot \sigma_0}\right) = \frac{1}{2} \text{erfc}\left(\frac{2 \cdot 10^{-9}}{2\sqrt{2} \cdot 2,357 \cdot 10^{-10}}\right) = \frac{1}{2} \text{erfc}(3) \cong 10^{-5}$$

PROBLEMA 4

1)

$$R_s = \frac{R_b}{3} = 10 \text{ Mbaudios}$$

$$\sqrt{E_{s,tx}} = 3 \cdot 10^{-3} \rightarrow E_{s,tx} = 9 \cdot 10^{-6}$$

$$p_{tx} = E_{s,tx} \cdot R_s = 90 \text{ W}$$

$$B = R_s (1 + \alpha) = 10^7 (1 + 0,2) = 12 \text{ MHz}$$

2)

$$A_1 = A_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot 50}{10^{-7}}} 3 \cdot 10^{-3} = 94,86 \text{ V}$$

$$s_{010}(t) = 94,86 \cdot \cos(2\pi \cdot 4 \cdot 10^8 t + 7\pi/8)$$

3) Dado que la codificación es de tipo Gray: $P_s = 3 \cdot P_b = 3 \cdot 10^{-6}$. Sabemos que:

$$P_s \approx \text{erfc} \left[\sqrt{\frac{E_s}{N_0}} \text{sen} \left(\frac{\pi}{M} \right) \right]$$

y de acuerdo con la gráfica de función de error complementario: $\text{erfc}(3,3) = 3 \cdot 10^{-6}$

$$P_s = \text{erfc} \left(\sqrt{\frac{E_{s,rx}}{N_0}} \text{sen} \left(\frac{\pi}{8} \right) \right) \rightarrow E_{s,rx} = 9 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

$$p_{rx} = E_{s,rx} \cdot R_s = 9 \cdot 10^{-11} \text{ W } (-70,5 \text{ dBm})$$

4)

$$I = \sqrt{E_{s,rx}} \cdot \cos(\phi_i) = 3 \cdot 10^{-9} \cdot \cos(7\pi/8) = -2,772 \cdot 10^{-9}$$

$$Q = \sqrt{E_{s,rx}} \cdot \text{sen}(\phi_i) = 3 \cdot 10^{-9} \cdot \text{sen}(7\pi/8) = 1,148 \cdot 10^{-9}$$

Si se toma la alternativa indicada en el enunciado (atenuación del canal de transmisión 120 dB) los resultados son los mismos.