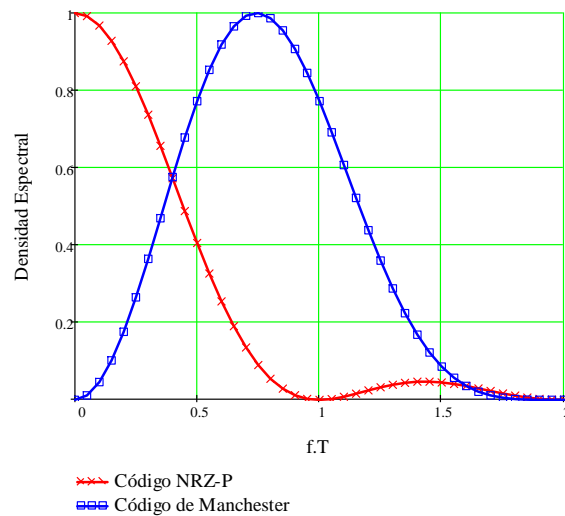


[illegible]

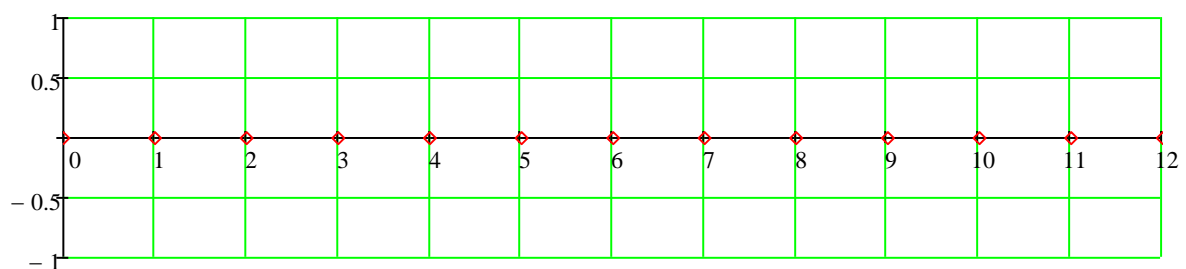
La secuencia banda base (BB) se codifica según un código de línea tipo Manchester (“1” produce una transición abajo en $T/2$ y “0” produce una transición arriba en $T/2$). Recuerde que el espectro del Código de Manchester presenta una densidad espectral comparada con la de un código simple NRZ-P como se muestra en la figura.



- c) Justifique y calcule el ancho de banda según el criterio de Nyquist necesario para transmitir la señal con código de Manchester en banda base. (20%)

- d) Represente gráficamente los 12 bits obtenidos en el apartado b tras aplicar el código de Manchester. La tensión máxima de la señal codificada es de 1 V. (30%). Use para su dibujo la plantilla que se suministra. Si no ha resuelto el apartado anterior tome la palabra: 1001 01000111

Representación gráfica obtenida:



Soluciones al EJERCICIO 2 (1,5 Puntos).

a) ¿Justifique y calcule qué régimen binario presenta la señal MIC? (20%)

Dados los datos del enunciado, la frecuencia de muestreo toma el valor de:

$$f_s = 1.5 \cdot f_{NYQUIST} = 1.5 \cdot 2 \cdot 10 \cdot 10^3 = 30 \text{ kHz}$$

Que para una palabra binario de $n=12$ bits, produce un régimen binario de:

$$R_b = n \cdot f_s = 12 \cdot 30 \cdot 10^3 = 360 \text{ kbps}$$

b) Justifique y obtenga la secuencia binaria correspondiente a una muestra de valor 0.01 V. (30%)

Tras aplicar la compresión se obtiene:

$$C(x) = \frac{A|x|}{1 + \ln A} \text{sign}(x) = + \frac{87.6 \cdot 0.01}{1 + \ln(87.6)} = 0.1600648738419$$

El escalón de cuantificación toma el valor de:

$$\Delta = \frac{2x_{sc}}{2^n} = \frac{2}{2^{12}} = 0.00048828125$$

Con lo que se asigna al escalón de cuantificación K:

$$K = E \left[\frac{C(x)}{\Delta} \right] = E \left[\frac{0.1600648738419}{0.00048828125} \right] = E[327.813] = 327$$

Que puesto que el bit de signo es positivo (1) corresponde a la secuencia binaria:

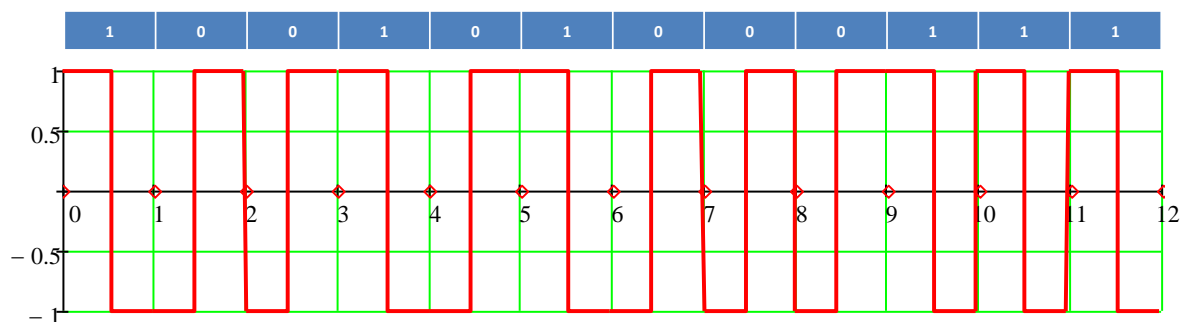
Signo	2^{10}	2^9	2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1

c) Justifique y calcule el ancho de banda según el criterio de Nyquist necesario para transmitir la señal con código de Manchester en banda base. (20%)

Visto la densidad espectral correspondiente al código de Manchester doble que la de un NRZ convencional el ancho de banda del código de Manchester es doble que el NRZ. En definitiva:

$$B = 2 \cdot \frac{1}{2T} = R_b = 360 \text{ kHz}$$

e) Represente gráficamente los 12 bits obtenidos en el apartado b tras aplicar el código de Manchester. La tensión máxima de la señal codificada es de 1 V. Use para su dibujo la plantilla que se suministra. Si no ha resuelto el apartado anterior tome la palabra: 100101000111 (30%)



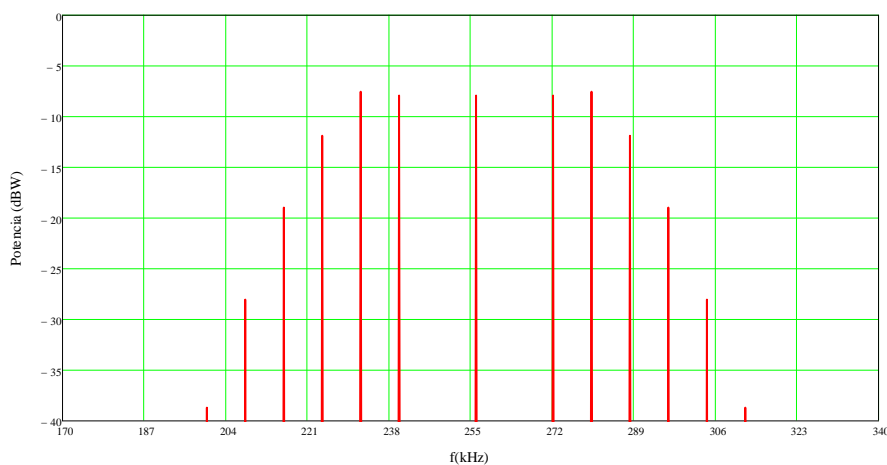


Apellidos:

Nombre: DNI:

PROBLEMA 1 (3,5 Puntos).

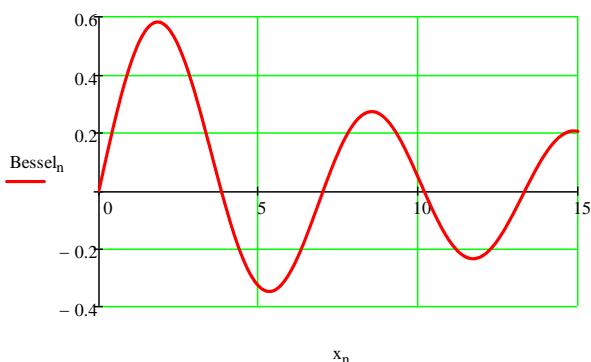
A la salida de un transmisor de FM de potencia 1 W y modulado con un tono, se obtiene mediante un analizador de espectros la siguiente imagen obtenida con un ancho de banda de resolución de 1 KHz. El analizador de espectros presenta una resistencia de 50 Ω . Las frecuencias y potencias asociadas a cada uno de los picos del espectro son los de la tabla siguiente.



Frecuencias (kHz)	Potencias (dBW)
200	-38.611
208	-27.98
216	-18.92
224	-11.848
232	-7.526
240	-7.899
248	<-40
256	-7.899
264	<-40
272	-7.899
280	-7.526
288	-11.848
296	-18.92
304	-27.98
312	-38.611

NOTA:

Recuerde las siguientes propiedades de la función de Bessel $J_1(x)$



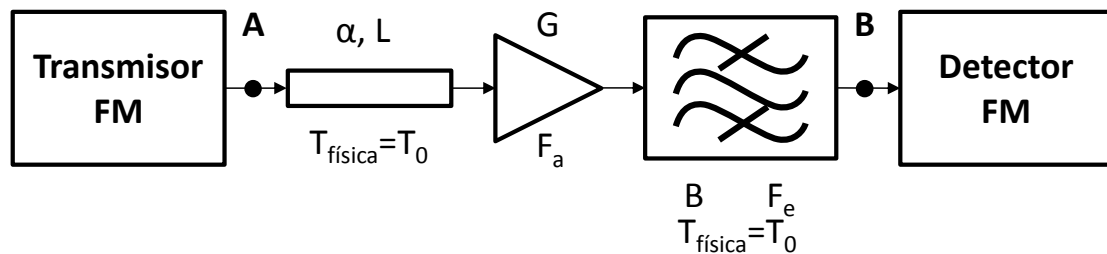
Ceros de la $J_1(x)$
$p_{11} = 3.831706$
$p_{12} = 7.015587$
$p_{13} = 10.173468$
$p_{14} = 13.323692$

- a) Obtenga el índice de modulación (β) correspondiente al menor ancho de banda de la señal FM y la desviación máxima de frecuencia (Δf). (10%)

- b) Obtenga el ancho de banda de Carson y la potencia correspondiente a este ancho de banda. (10%)

El transmisor de FM alimenta una línea de transmisión coaxial ($\alpha=0.1$ dB/m) y longitud $L=1.3$ km, a partir de la cual se conecta un receptor de señal FM.

El receptor está formado por un amplificador de ganancia $G=30$ dB y figura de ruido $F_a=4$ dB. El filtro de predetección de pérdidas despreciables presenta una figura de ruido $F_e=6$ dB.



- c) Calcule la densidad espectral de ruido unilateral N_0 dBW/Hz en el punto B. (20%)

- d) Calcule la relación señal a ruido de postdetección $((S/N)_S)$. (40%)

- e) Calcule aproximadamente la frecuencia de corte del filtro de preénfasis y el de deénfasis para que la mejora de relación señal a ruido (S/N) por pre-de énfasis sea de 10 dB. (20%)

Soluciones al PROBLEMA 1 (2,5 Puntos).

- a) Obtenga el índice de modulación (β) correspondiente al menor ancho de banda de la señal FM y la desviación máxima de frecuencia (Δf). (10%)

Puesto que el pico del espectro correspondiente a las frecuencias $f_c + f_m = 264 \text{ kHz}$ y $f_c - f_m = 248 \text{ kHz}$ es nula esto es porque corresponde a un cero de la función de Bessel más pequeño

$$J_1(\beta) = 0 \Rightarrow \beta = 3.831706$$

Del espectro y de la tabla la frecuencia moduladora toma el valor de: $f_m = 264 \text{ kHz} - 256 \text{ kHz} = 8 \text{ kHz}$, por lo que la máxima desviación de frecuencia toma el valor de:

$$\Delta f = \beta f_m = 30.654 \text{ kHz}$$

- b) Obtenga el ancho de banda de Carson y la potencia correspondiente a este ancho de banda. (10%)

Conocido el índice de modulación β el ancho de banda de Carson se obtiene como:

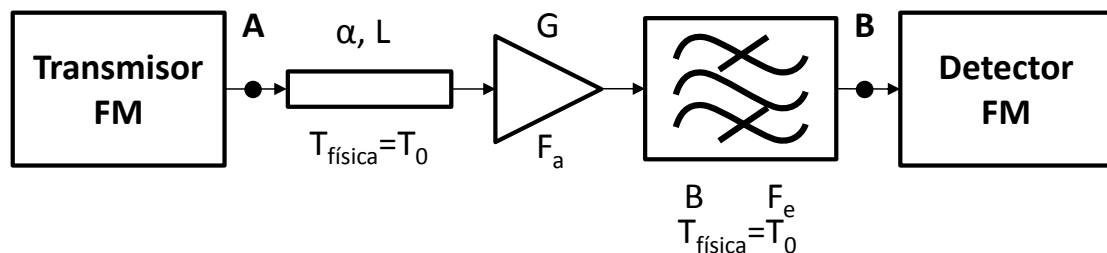
$$B = 2f_m(\beta + 1) = 2 \cdot 8 \cdot (3.831706 + 1) = 77.307 \text{ kHz}$$

El ancho de Banda de Carson se encuentra entre $256 + \frac{77.307}{2} = 294.654 \text{ KHz}$ y $256 - \frac{77.307}{2} = 217.346 \text{ KHz}$, por lo que hay que considerar sólo los siguientes picos:

Frecuencias (kHz)	Potencias (dBW)	Potencias (W)
216	-	-
224	-11.848	0.065339
232	-7.526	0.176778
240	-7.899	0.162215
248	< -40	≈ 0
256	-7.899	0.162215
264	< -40	≈ 0
270	-7.899	0.162215
278	-7.526	0.176778
288	-11.848	0.065339
296	-	-
Potencia (W)=		0.970878 W

El transmisor de FM alimenta una línea de transmisión coaxial ($\alpha = 0.1 \text{ dB/m}$) y longitud $L = 1.3 \text{ km}$, a partir de la cual se conecta un receptor de señal FM.

El receptor está formado por una amplificador de ganancia $G = 30 \text{ dB}$ y figura de ruido $F_a = 4 \text{ dB}$. El filtro de predetección de pérdidas despreciables presenta una figura de ruido $F_e = 6 \text{ dB}$.



- c) Calcule la densidad espectral de ruido unilateral N_0 dBW/Hz en el punto B. (20%)

La temperatura equivalente en el punto B es el resultado de sumar las temperaturas de ruido producidas por el coaxial, la ganancia y el filtro:

$$T_B = T_{ec} \cdot \frac{1}{a_c} \cdot g + T_{ea} \cdot g + T_{ee} = 3 \cdot 10^{15} \cdot 10^{-0.1 \cdot 1300/10} \cdot 10^{30/10} + 453.566 \cdot 10^{30/10} + 894.322$$

$$= 754460.251 \text{ K}$$

$$T_{ec} = T_0(10^{aL/10} - 1) = 300(10^{0.1 \cdot 1300/10} - 1) = 3 \cdot 10^{15} \text{ K}$$

$$T_{ea} = T_0(10^{Fa/10} - 1) = 300(10^{4/10} - 1) = 453.566 \text{ K}$$

$$T_{ee} = T_0(10^{Fe/10} - 1) = 300(10^{6/10} - 1) = 894.322 \text{ K}$$

Con lo que la densidad espectral de ruido unilateral toma el valor de

$$n_0 = k \cdot T_B = 10.41646 \cdot 10^{-18} \frac{W}{Hz} \Rightarrow N_0 = -169.823 \text{ dBW/Hz}$$

d) Calcule la relación señal a ruido de postdetección $((S/N)_s)$. (40%)

Sabiendo que la potencia recibida en frente del detector toma el valor de:

$$p_R = p_t \cdot \frac{1}{a_c} \cdot g = 1 \cdot \frac{1}{10^{13}} \cdot 10^3 = 10^{-10} \text{ W}$$

Considerando la expresión de la relación señal a ruido a la salida del filtro de postdetección, el parámetro z vale:

$$z = \frac{p_R}{n_0 W} = 1200$$

y la relación señal a ruido de postdetección es:

$$(S/n)_s = 3\beta^2 \langle x_n^2 \rangle z = 3 \cdot 3.831706^2 \cdot 0.5 \cdot 1200 = 26430 \Rightarrow (S/N)_s = 44.22 \text{ dB}$$

Este parámetro z es mayor que el correspondiente al de z_{umbral} por lo que la solución es correcta.

$$z_{umbral} = 40(\beta + 1) = 193.268$$

e) Calcule aproximadamente la frecuencia de corte del filtro de preénfasis y el de deénfasis para que la mejora de relación señal a ruido (S/N) por pre-de énfasis sea de 10 dB (20%)

Si la mejora de (S/N) es de 10 dB:

$$M = 10 \text{ dB} \Rightarrow m \approx \frac{1}{3 \left(\frac{f_{corte}}{W} \right)^2} = 10^1 = 10 \Rightarrow \frac{f_{corte}}{W} = 0.18257 \Rightarrow f_{corte} = 1.4606 \text{ kHz}$$



TEORÍA DE LA COMUNICACIÓN

UPM. EUITT. DIAC

Enero de 2014



Apellidos:

Nombre: DNI:

PROBLEMA 2 (3,5 puntos)

Datos de un sistema de comunicación digital:

- $R_b = 155$ Mbps.
- Modulación 16QAM.
- Frecuencia de portadora $f_c = 500$ MHz.
- PEP = 18 W.
- Filtrado en coseno alzado con $\alpha = 0,2$.
- Atenuación del medio 100 dB.
- Se requiere una calidad $\text{BER} = 2 \cdot 10^{-7}$
- Todo el sistema se encuentra adaptado a $R = 50 \Omega$.

Nota 1: se adjuntan las ecuaciones de la calidad en una 16QAM.

Nota 2: se adjunta una tabla con los valores de la función erfc.

1. Calcule el ancho de banda que ocupa la modulación, $B(\text{MHz})$. Calcule la potencia media transmitida, $p_{TX}(\text{W})$. Calcule la energía media por símbolo en recepción, $E_s(\text{J})$. (0,9 puntos.)

- 2.** Dibuje la constelación recibida sobre unos ejes ortonormales. Especifique los valores de interés de la constelación y las señales de la base. *(0,5 puntos.)*
- 3.** Calcule la probabilidad de símbolo erróneo máxima, P_s . Calcule el valor mínimo de E_b/N_0 (en veces de potencia y en dB). Calcule el valor máximo de la densidad espectral unilateral de ruido, N_0 (en unidades naturales y en unidades logarítmicas). *(1,6 puntos.)*

4. Suponga que la portadora recuperada tiene un desfase fijo de 0,7854 radianes respecto al valor de enganche. ¿Cuánto se debe reducir N_0 para mantener el requisito de calidad? (0,5 puntos.)

Calidad en una 16QAM:

$$P_s = 1 - (1 - p)^2; \quad p = \left(\frac{\sqrt{M} - 1}{\sqrt{M}} \right) \operatorname{erfc} \left[\sqrt{\frac{3 \log_2(M)}{2(M-1)}} \frac{E_b}{N_0} \right]$$

Función complementaria del error, $\operatorname{erfc}(x)$:

x	0	2	4	6	8
2,0	4,6777e-03	4,2805e-03	3,9142e-03	3,5765e-03	3,2656e-03
2,1	2,9795e-03	2,7164e-03	2,4747e-03	2,2528e-03	2,0494e-03
2,2	1,8628e-03	1,6921e-03	1,5358e-03	1,3929e-03	1,2623e-03
2,3	1,1432e-03	1,0345e-03	9,3543e-04	8,4522e-04	7,6314e-04
2,4	6,8851e-04	6,2072e-04	5,5917e-04	5,0335e-04	4,5276e-04
2,5	4,0695e-04	3,6550e-04	3,2802e-04	2,9416e-04	2,6360e-04
2,6	2,3603e-04	2,1119e-04	1,8882e-04	1,6869e-04	1,5059e-04
2,7	1,3433e-04	1,1974e-04	1,0665e-04	9,4918e-05	8,4413e-05
2,8	7,5013e-05	6,6610e-05	5,9102e-05	5,2401e-05	4,6424e-05
2,9	4,1098e-05	3,6355e-05	3,2134e-05	2,8382e-05	2,5049e-05
3,0	2,2090e-05	1,9466e-05	1,7141e-05	1,5082e-05	1,3260e-05
3,1	1,1649e-05	1,0226e-05	8,9696e-06	7,8617e-06	6,8854e-06
3,2	6,0258e-06	5,2694e-06	4,6044e-06	4,0202e-06	3,5074e-06
3,3	3,0577e-06	2,6636e-06	2,3185e-06	2,0166e-06	1,7526e-06
3,4	1,5220e-06	1,3207e-06	1,1452e-06	9,9220e-07	8,5900e-07
3,5	7,4310e-07	6,4234e-07	5,5482e-07	4,7885e-07	4,1296e-07
3,6	3,5586e-07	3,0642e-07	2,6365e-07	2,2667e-07	1,9472e-07
3,7	1,6715e-07	1,4337e-07	1,2288e-07	1,0524e-07	9,0055e-08
3,8	7,7004e-08	6,5793e-08	5,6171e-08	4,7919e-08	4,0847e-08
3,9	3,4792e-08	2,9612e-08	2,5183e-08	2,1400e-08	1,8171e-08
4,0	1,5417e-08	1,3071e-08	1,1073e-08	9,3727e-09	7,9276e-09
4,1	6,7000e-09	5,6582e-09	4,7746e-09	4,0258e-09	3,3919e-09
4,2	2,8555e-09	2,4021e-09	2,0191e-09	1,6958e-09	1,4232e-09
4,3	1,1935e-09	1,0000e-09	8,3732e-10	7,0052e-10	5,8561e-10
4,4	4,8917e-10	4,0829e-10	3,4052e-10	2,8378e-10	2,3630e-10
4,5	1,9662e-10	1,6347e-10	1,3580e-10	1,1273e-10	9,3503e-11
4,6	7,7496e-11	6,4179e-11	5,3108e-11	4,3913e-11	3,6281e-11
4,7	2,9953e-11	2,4708e-11	2,0366e-11	1,6774e-11	1,3805e-11
4,8	1,1352e-11	9,3279e-12	7,6586e-12	6,2831e-12	5,1506e-12
4,9	4,2189e-12	3,4531e-12	2,8240e-12	2,3077e-12	1,8844e-12

RESOLUCIÓN

1. Ancho de banda de una modulación lineal filtrada en coseno alzado:

$$k = \log_2(M) = 4 \text{ bits/símbolo}$$

$$R_s = R_b/k = 38,75 \text{ Mbaudios}$$

$$B = R_s(1 + \alpha) = 46,5 \text{ MHz}$$

La relación entre la potencia media y la de pico es un factor fijo para una 16QAM. Así:

$$p_{TX} = \frac{5}{9} \text{ PEP} = 10 \text{ W}$$

Energía media por símbolo en recepción:

$$E_s = \frac{p_{TX}}{\text{atn}} \frac{1}{R_s} = \frac{10}{10^{10}} \frac{1}{38,75 \cdot 10^6} \approx 2,5806 \cdot 10^{-17} \text{ J}$$

2. Señales de la base (plano IQ):

$$\psi_I = \sqrt{\frac{2R}{T}} \cos(\omega t)$$

$$\psi_Q = -\sqrt{\frac{2R}{T}} \sin(\omega t)$$

Donde:

$$\omega_c = 2\pi f_c = 2\pi \cdot 500 \cdot 10^6$$

$$\sqrt{\frac{2R}{T}} = \sqrt{2 \cdot 50 \cdot 38,75 \cdot 10^6} \approx 62249,5$$

La distancia entre símbolos contiguos, d , tiene una relación fija con la energía media por símbolo:

$$d = \sqrt{\frac{2 E_s}{5}} \approx 3,2129 \cdot 10^{-9}$$

Y la constelación queda (figura 1):

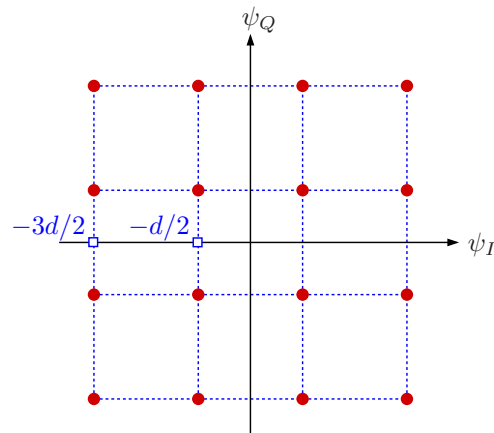


Figura 1: Constelación recibida.

3. Probabilidad de símbolo erróneo:

$$P_s \approx k \cdot P_b = 8 \cdot 10^{-7}$$

Calculamos E_b/N_0 :

$$P_s = 1 - (1 - p)^2 = 1 - 1 + 2p - p^2 \approx 2p \quad (\text{por ser } p \text{ muy pequeño})$$

$$p \approx 4 \cdot 10^{-7}$$

$$4 \cdot 10^{-7} = \left(\frac{4-1}{4}\right) \operatorname{erfc}\left[\sqrt{\frac{3 \cdot 4}{2(16-1)} \cdot \frac{E_b}{N_0}}\right] = \left(\frac{3}{4}\right) \operatorname{erfc}\left[\sqrt{\frac{2}{5} \cdot \frac{E_b}{N_0}}\right]$$

$$\operatorname{erfc}\left[\sqrt{\frac{2}{5} \cdot \frac{E_b}{N_0}}\right] = 5.3 \cdot 10^{-7}$$

$$\sqrt{\frac{2}{5} \cdot \frac{E_b}{N_0}} \approx 3,5454 \quad (\text{valor calculado con MATLAB})$$

$$\frac{E_b}{N_0} \approx 31,424 \text{ v.p.} \rightarrow 15,0 \text{ dB}$$

Y la densidad espectral de ruido máxima es:

$$E_b = E_s/k \approx 6,4516 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

$$N_0 = \frac{E_b}{(E_b/N_0)} \approx 2,0531 \cdot 10^{-19} \text{ W/Hz} \rightarrow -156,9 \text{ dBm/Hz}$$

4. Por su alcance didáctico, este apartado requiere una discusión.

Supongamos, como se aprecia en la figura 2, que la constelación recibida ideal es la azul, con ejes \cos y $-\sin$, sin ningún desfase. Para facilitar la discusión, nos centraremos en un símbolo transmitido: **a** en el dibujo. Si las portadoras recuperadas están giradas $+5^\circ$ (ejes verdes), el símbolo **a** tendría su nueva ubicación ideal en **b**. Pero como nos llega **a** (azul) y proyectamos sobre los ejes girados (verdes), la región de decisión para **b** está desplazada (zona coloreada en verde), y el símbolo **a** recibido se encuentra más cerca de la frontera de decisión que forma el eje verde horizontal (**f**). Puesto que estamos más cerca de la frontera, se soporta menos ruido si se pretende mantener la calidad.

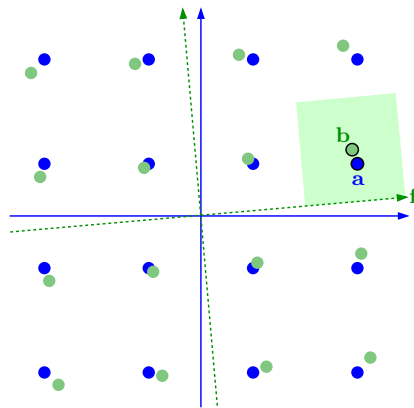


Figura 2: Efecto de un pequeño desfase en la portadora recuperada.

Los cálculos para el caso del giro de $+5^\circ$ en las portadoras recuperadas serían:

Geométricamente, el giro de $+5^\circ$ de la portadora es equivalente a un giro de -5° de la señal recibida, acercándose a la frontera de decisión, mientras describe una circunferencia de

radio $d = \sqrt{E}$, ver figura 3. Calculamos las distancias (d_1 y d_2) que hay desde las posiciones de la señal hasta la frontera más cercana (que es el eje horizontal). Estas distancias son las que fijan qué ruido se soporta (como raíz de energía). Y las distancias al cuadrado indican qué energía (o densidad espectral) ruidosa es tolerada.

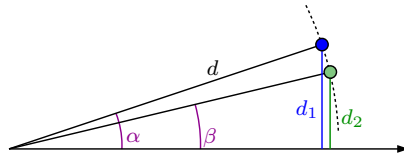


Figura 3: Ejemplo de cálculo para un desfase pequeño.

En una 16QAM, para el símbolo seleccionado: $\alpha = 18,435^\circ$

Después del giro: $\beta = 18,435 - 5 = 13,435^\circ$

$$d_1 = d \cdot \sin(18,435^\circ)$$

$$d_2 = d \cdot \sin(13,435^\circ)$$

$$\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 = \left[\frac{\sin(18,435^\circ)}{\sin(13,435^\circ)}\right]^2 = 1,8525 \text{ v.p.}$$

$$\Delta N_0 = 10 \log[1,8525] \approx 2,7 \text{ dB}$$

Luego el ruido ha de reducirse 2,7 dB para mantener la calidad. Nótese que la reducción necesaria será, en general, diferente para cada símbolo de la constelación, de manera que tendríamos que buscar el símbolo que más se ve afectado (que se acerca más a una frontera).

Estos cálculos son mucho más simples con constelaciones ASK y PSK.

Sin embargo, en el enunciado tenemos un giro de 45° (0,7854 radianes), que no se puede considerar un desfase pequeño. Como es fácil observar en la figura 4, los ejes se mueven tanto que algunos símbolos caen en diferentes regiones de decisión (otros caen en una frontera), de forma que NO se puede compensar con una reducción del ruido. Por ejemplo: el símbolo **a** se tomará por el **c** (en otra posición de la constelación), y no por el **b** (igual posición en la constelación). El sistema deja de funcionar.

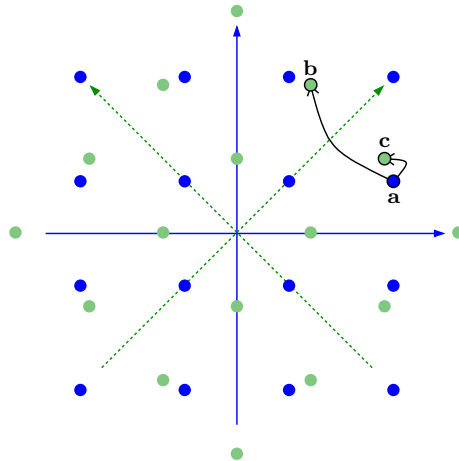


Figura 4: Situación del enunciado: desfase muy grande.

Luego la respuesta es: el desfase es tan grande que se cambian las decisiones, de manera que no es posible compensar con una reducción de N_0 .