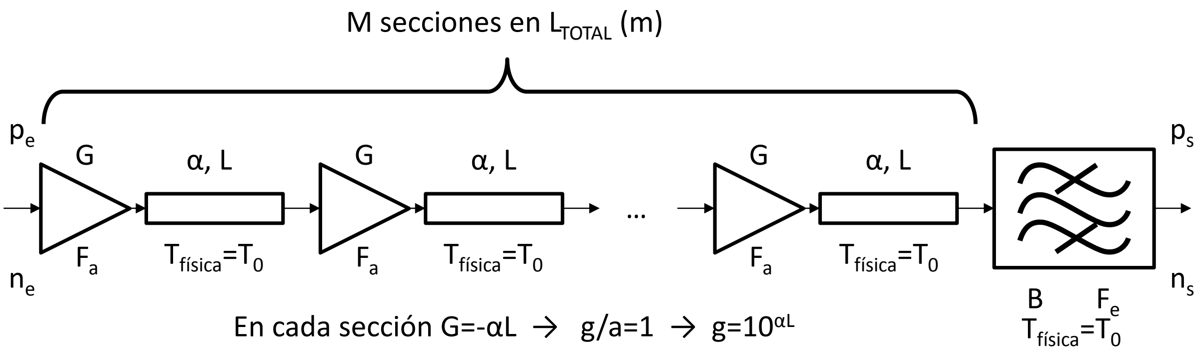
Apellidos:..........................................................................................................................................

Nombre: ......................................................................................... DNI:..................................

**EJERCICIO 1** (*2,5 Puntos*).

Se desea comunicar dos puntos separados por una distancia total de $L_{TOTAL}$=5 km mediante una línea coaxial ($\alpha$=0.1 dB/m). Para compensar las pérdidas se disponen M (valor desconocido) amplificadores de ganancia máxima $G_{max}$=30 dB. La degradación de la relación señal a ruido no puede ser superior a 10 dB. A continuación de la línea y para compensar las distorsiones lineales se emplea ecualizador lineal con pérdidas despreciables pero figura de ruido igual a $F_e$=5 dB. La temperatura física de todos los elementos del sistema es de $T_0$=300 K. La potencia de ruido a la entrada $n_e$ es la temperatura de ruido de referencia ($T_0$).




a) Obtenga la figura de ruido de la cadena de M secciones de la figura en función de g, $f_a$ y M ($g = 10^{G/10}$ $y$ $g/a = 1$ $a = 10^{\alpha L/10}$). No incluya en este cálculo el ecualizador lineal. (30%)

b) Obtenga el mínimo número de secciones de amplificador + línea en función de los datos del problema para garantizar el nivel de señal. Suponiendo que los amplificadores son ajustables obtenga el valor de la ganancia de los amplificadores. (30%)

c) c) Seleccione la figura la ruido del amplificador (Fa en dB) para que la degradación de la relación señal a ruido (en las M secciones, sin el ecualizador) no supere el valor máximo de 14 dB. (20%)

d) Obtenga la relación señal a ruido a la salida del conjunto (incluido ecualizador) en función de la relación señal a ruido de la entrada. (20%)

**Soluciones al EJERCICIO 1** (*2,5 Puntos*).

a) *Obtenga la figura de ruido de la cadena de M secciones de la figura en función de g, $f_a$ y M ($g = 10^{G/10}$ y $g/a = 1$ $a = 10^{\alpha L/10}$). No incluya en este cálculo el ecualizador lineal (30%).*

Como la figura de ruido de cada tramo de línea coaxial a temperatura física $T_0$ se puede escribir como $f_{coaxial} = a$. La figura de ruido se puede obtener empleando la fórmula de Friis:

$$f_T = \underbrace{f_a + \frac{a-1}{g}}_{Sección\ 1} + \underbrace{\frac{f_a-1}{g/a} + \frac{a-1}{g\,g/a}}_{Sección\ 2} + \underbrace{\frac{f_a-1}{(g/a)^2} + \frac{a-1}{g(g/a)^2}}_{Sección\ 3} + \cdots + \underbrace{\frac{f_a-1}{(g/a)^{M-1}} + \frac{a-1}{g(g/a)^{M-1}}}_{Sección\ M}$$

Ya que se cumple que $g/a = 1$, la figura de ruido se puede simplificar

$$f_T = Mf_a - M + 1 + M\left(1 - \frac{1}{g}\right) = Mf_a - \frac{M}{g} + 1$$

b) *Obtenga el mínimo número de secciones de amplificador + línea en función de los datos del problema para garantizar el nivel de señal. Suponiendo que los amplificadores son ajustables obtenga el valor de la ganancia de los amplificadores. (30%)*

La atenuación total de toda la línea toma el valor de:

$$A_{TOTAL} = \alpha \cdot L_{TOTAL} = 0.1 \cdot 5000 = 500\ dB$$

por lo que el número mínimo de secciones es:

$$M = Mayor\ Entero\left[\frac{A_{TOTAL}}{G_{max}}\right] = Mayor\ Entero\left[\frac{500}{30}\right] = 17$$

y la ganancia ajustada del amplificador de cada sección es:

$$G = \frac{A_{TOTAL}}{M} = 29.412\ dB$$

c) *Seleccione la figura de ruido del amplificador ($F_a$ en dB) para que la degradación de la relación señal a ruido no supera el máximo valor de 14 dB. (20%)*

Puesto que la fuente de ruido $n_e$ está a la temperatura de referencia $T_0$=300 K, la degradación de la relación señal ruido toma el valor de la figura de ruido de conjunto.

$$D(dB) = F_T \quad \Rightarrow \quad f_T = 10^{14/10} = 25.119 \quad \text{y} \quad g = 10^{G/10} = 873.326$$

y despejando:

$$f_a = \frac{f_T + \frac{M}{g} - 1}{M} = 1.42 \quad \Rightarrow \quad F_a = 1.523\ dB$$

d) *Obtenga la relación señal a ruido a la salida del conjunto (incluido ecualizador) en función de la relación señal a ruido de la entrada. (20%)*

La cadena completa de la línea coaxial ($f_T$ = 25.119 y $g_T$=1) y del filtro ecualizador lineal ($f_e = 10^{0.5}$ y $a_e=1/g_e=1$) presenta una figura de ruido:

$$f_{TOTAL} = f_T + \frac{f_e - 1}{g_T} = f_T + f_e - 1 = 27.281$$

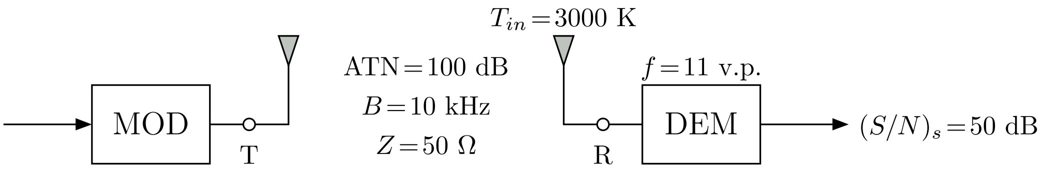
La relación señal a ruido a la salida se puede escribir como:

$$\left(\frac{s}{n}\right)_s = \frac{p_s}{n_s} = \frac{p_e g_T g_e}{n_e f_{TOTAL} g_T g_e} = \frac{1}{f_{TOTAL}} \cdot \frac{p_e}{n_e} = 0.036655 \left(\frac{s}{n}\right)_e$$

Apellidos: ..................................................................................

Nombre: ...................................... DNI: ......................................

**EJERCICIO 3** *(2,5 puntos)*: Sea un sistema con AM al 50 %. Datos: La moduladora es un tono. La señal modulada ocupa un ancho de banda de 10 kHz. La atenuación del medio es de 100 dB. La calidad final, a la salida del demodulador, vale 50 dB. Todo el sistema se encuentra adaptado a 50 Ω. El ruido a la entrada del demodulador (punto R) se modela mediante una temperatura de 3000 K. El ruido interno del demodulador viene dado por su factor de ruido $f = 11$ veces de potencia. En la siguiente figura se observa un diagrama simplificado del sistema.




**a)** Calcule la eficiencia frente a la portadora $\eta(\%)$. *(0,3 puntos.)*

**b)** Calcule el valor del parámetro $z$ en unidades naturales (indique las unidades). *(0,3 puntos.)*

**c)** Calcule la densidad espectral total equivalente de ruido a la entrada del demodulador (punto R), $N_0$(W/Hz). *(0,3 puntos.)*

**d)** Calcule la potencia media recibida de AM (punto R), en W y en dBm. Calcule el tanto por ciento que suponen, sobre la potencia total, la potencia de portadora sola y la potencia de las 2 bandas laterales. *(0,8 puntos.)*

**e)** Calcule la potencia equivalente de pico, PEP, en dBm y en W. Obviamente, la PEP se calcula en el transmisor (punto T). *(0,8 puntos.)*

**RESOLUCIÓN EJERCICIO 3.**

**a)** Eficiencia AM:

$$\langle x_n^2 \rangle = 0{,}5 \text{ (tono normalizado)}$$

$$\eta = \frac{m^2 \langle x_n^2 \rangle}{1 + m^2 \langle x_n^2 \rangle} = \frac{0{,}5^2 \cdot 0{,}5}{1 + 0{,}5^2 \cdot 0{,}5} = \frac{1}{9} = 0.\widehat{1}$$

$$\eta \approx 11{,}1\,\%$$

**b)** Parámetro $z$:

$$z = \frac{(s/n)_s}{\eta} = 900000 \text{ v.p.}$$

**c)** Densidad espectral total equivalente de ruido:

$$T_e = T_0(f - 1) = 300(11 - 1) = 3000 \text{ K}$$

$$N_0 = k(T_{in} + T_e) = 1{,}3806 \cdot 10^{-23} \cdot (3000 + 3000) = 8{,}2836 \cdot 10^{-20} \text{ W/Hz}$$

**d)** Potencia media recibida:

$$z = \frac{p_R}{N_0\, W}\,; \quad 900000 = \frac{p_R}{8{,}2836 \cdot 10^{-20} \cdot 5 \cdot 10^3}$$

$$p_R = 3{,}72762 \cdot 10^{-10} \text{ W}$$

$$P_R \approx -64{,}3 \text{ dBm}$$

Porcentajes: el de $p_{2bl}$ es precisamente $\eta(\,\%)$. El de $p_c$ es el complementario a 100 de $\eta(\,\%)$. Otra forma de obtener los valores es:

$$p = \frac{A^2}{2\,Z}\left[1 + m^2 \langle x_n^2 \rangle\right] = \frac{A^2}{2\,Z}\left[1 + \frac{0{,}5^2}{2}\right] = \frac{A^2}{2\,Z}\left[1 + 0{,}125\right]$$

$$p_c \rightarrow \frac{1}{1{,}125} \cdot 100 \approx 88{,}9\,\%$$

$$p_{2bl} \rightarrow \frac{0{,}125}{1{,}125} \cdot 100 \approx 11{,}1\,\%$$

**e)** PEP:

$$p_c = 0.\widehat{8} \cdot p_R = 3{,}31344 \cdot 10^{-10} \text{ W}$$

$$PEP = atn \cdot p_c \cdot (1 + m)^2 = 10^{10} \cdot 3{,}31344 \cdot 10^{-10} \cdot (1 + 0{,}5)^2 = 7{,}45524 \text{ W}$$

$$PEP \approx 38{,}7 \text{ dBm}$$

**TEORÍA DE LA COMUNICACIÓN**

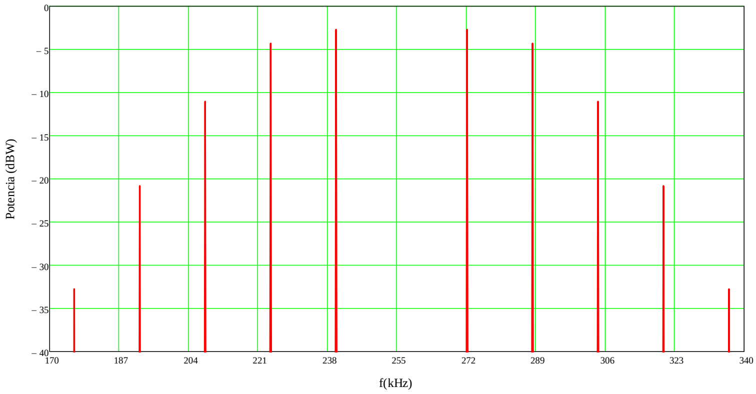
UPM. EUITT. DIAC EP1 – noviembre de 2013

Apellidos: ..............................................................................................................................

Nombre: ........................................................................................ DNI:.................................

**EJERCICIO 4** (*2,5 Puntos*).

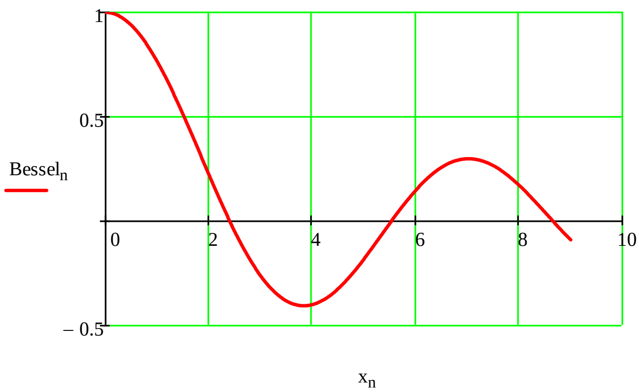
A la salida de un transmisor de FM modulado con un tono se obtiene mediante un analizador de espectros la siguiente imagen obtenida con un ancho de banda de resolución de 1 KHz. El analizador de espectros presenta una resistencia de 50 Ω. Las frecuencias y potencias asociadas a cada uno de los picos del espectro son los dela tabla siguiente.




| Frecuencias (kHz) | Potencias (dBW) |
|---|---|
| 176 | -32.698 |
| 192 | -20.765 |
| 208 | -11.013 |
| 224 | -4.285 |
| 240 | -2.684 |
| 256 | < -40 |
| 272 | -2.684 |
| 288 | -4.285 |
| 304 | -11.013 |
| 320 | -20.765 |
| 336 | -32.698 |

NOTA:

Recuerde las siguientes propiedades de la función de Bessel $J_0(x)$




| Ceros de la $J_0(x)$ |
|---|
| $p_{01} = 2.404826$ |
| $p_{02} = 5.520078$ |
| $p_{03} = 8.653728$ |
| $p_{03} = 11.791534$ |

a) Obtenga la potencia total de la señal FM transmitida. (10%)

b) Obtenga el índice de modulación (β) correspondiente al menor ancho de banda de la señal FM. (10%)

c) Obtenga la expresión de la señal FM en el tiempo. (20%)

d) Obtenga el ancho de banda de Carson y la potencia correspondiente a este ancho de banda. (10%)

e) Calcule la densidad espectral de ruido unilateral $N_0 \ dBW/Hz$, si la señal transmitida se atenúa 50 dB entre el transmisor y un detector de FM para que a la salida del filtro de postdetección la relación señal a ruido ($(S/N)_S$) sea de 33 dB. (40%)

f) Calcule aproximadamente la frecuencia de corte del filtro de preénfasis de deénfasis para que la mejora de relación señal a ruido (S/N) por pre-de énfasis sea de 12 dB. (10%)

**Soluciones al EJERCICIO 4** (*2,5 Puntos*).

*a) Obtenga la potencia total de la señal FM transmitida. (10%)*

Sumando las potencias correspondientes a todos los picos del espectro se obtienen la potencia total

| **Frecuencias (kHz)** | Potencias (dBW) | Potencias (W) |
|---|---|---|
| **176** | -32.698 | $5.372235\cdot10^{-4}$ |
| **192** | -20.765 | $8.384367\cdot10^{-3}$ |
| **208** | -11.013 | 0.079203 |
| **224** | -4.285 | 0.372826 |
| **240** | -2.684 | 0.539026 |
| **256** | < -40 | ≈0 |
| **272** | -2.684 | 0.539026 |
| **288** | -4.285 | 0.372826 |
| **304** | -11.013 | 0.079203 |
| **320** | -20.765 | $8.384367\cdot10^{-3}$ |
| **336** | -32.698 | $5.372235\cdot10^{-4}$ |
| **Potencia (W)=** | | 1.999952 W ≈ 2W |

*b) Obtenga el índice de modulación (β) correspondiente al menor ancho de banda de la señal FM. (10%)*

Puesto que el pico del espectro correspondiente la frecuencia central ($f_c$=256 kHz) es nula esto es porque corresponde a un cero de la función de Bessel más pequeño

$$J_0(\beta) = 0 \quad \Rightarrow \quad \beta = 2.404826$$

*c) Obtenga la expresión de la señal FM en el tiempo. (20%)*

Puesto que la potencia vale 2 W: $p_{FM} = \frac{A^2}{2R} \quad \Rightarrow \quad A = \sqrt{2Rp_{FM}} = \sqrt{2\cdot 50\cdot 2} = 14.142\ V$

En consecuencia:

$$y_{FM} = A\cdot cos\big(2\pi f_c t + \beta\cdot sin(2\pi f_m t)\big) = 14.142\cdot cos\big(2\pi\cdot 256\cdot 10^3 t + 2.404826\cdot sin(2\pi\cdot 16\cdot 10^3 t)\big)$$

*d) Obtenga el ancho de banda de Carson y la potencia correspondiente a este ancho de banda. (10%)*

Del espectro y de la tabla la frecuencia moduladora toma el valor de: $f_m = 272\ kHz - 256\ kHz = 16\ kHz$

Conocido el índice de modulación β el ancho de banda de Carson se obtiene como:

$$B = 2f_m(\beta + 1) = 2\cdot 16(2.404826 + 1) = 108.955\ kHz$$

El ancho de Banda de Carson se encuentra entre $256 + \frac{108.955}{2} = 310.477\ KHz$ y $256 - \frac{108.955}{2} = 201.523\ KHz$, por lo que hay que considerar sólo los siguientes picos:

| **Frecuencias (kHz)** | Potencias (dBW) | Potencias (W) |
|---|---|---|
| **208** | -11.013 | 0.079203 |
| **224** | -4.285 | 0.372826 |
| **240** | -2.684 | 0.539026 |
| **256** | < -40 | ≈0 |
| **272** | -2.684 | 0.539026 |
| **288** | -4.285 | 0.372826 |
| **304** | -11.013 | 0.079203 |
| **Potencia (W)=** | | 1.982109 W |

*e) Calcule la densidad espectral de ruido unilateral $N_0$ $dBW/Hz$, si la señal transmitida se atenúa 50 dB entre el transmisor y un detector de FM para que a la salida del filtro de postdetección la relación señal a ruido ($(S/N)_S$) sea de 33 dB (40%)*

Considerando la expresión de la relación señal a ruido a la salida del filtro de postdetección, el parámetro z vale:

$$\left(\frac{S}{N}\right)_S = 33\ dB \quad \Rightarrow \quad (S/n)_s = 3\beta^2\langle x_n^2\rangle z \quad \Rightarrow \quad z = \frac{(S/n)_s}{3\beta^2\langle x_n^2\rangle} = \frac{10^{3.3}}{3 \cdot 2.404826^2 \cdot 0.5} = 229.991$$

Este parámetro z es mayor que el correspondiente al de $z_{umbral}$

$$z_{umbral} = 40(\beta + 1) = 136.193$$

Sabiendo que la potencia recibida en frente del detector toma el valor de:

$$p_R = \frac{A^2}{2R} \cdot a_{medio} = \frac{14.142^2}{2 \cdot 50} \cdot 10^{-5} = 2 \cdot 10^{-5}\ W$$

En consecuencia la densidad espectral de ruido unilateral frente al detector toma el valor de:

$$z = \frac{p_R}{n_0 W} \quad \Rightarrow \quad n_0 = \frac{p_R}{zW} = \frac{2 \cdot 10^{-5}}{229.991 \cdot 16 \cdot 10^3} = 5.435 \cdot 10^{-12}\ \frac{W}{Hz} \quad \Rightarrow \quad N_0 = -112.648 \frac{dBW}{Hz}$$

*f) Calcule aproximadamente la frecuencia de corte del filtro de preénfasis de deénfasis para que la mejora de relación señal a ruido (S/N) por pre-de énfasis sea de 12 dB (10%)*

Si la mejora de (S/N) es de 12 dB:

$$M = 12\ dB \quad \Rightarrow \quad m \approx \frac{1}{3\left(\frac{f_{corte}}{W}\right)^2} = 10^{1.2} = 15.854 \quad \Rightarrow \quad \frac{f_{corte}}{W} = 0.145 \quad \Rightarrow \quad f_{corte} = 2.32\ kHz$$