TEORÍA DE LA COMUNICACIÓN

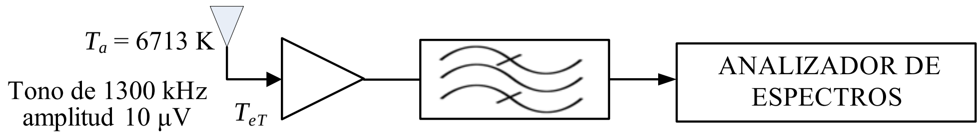
Examen ordinario, enero de 2018

El examen de la 1ª parte de la asignatura consta de dos problemas de igual valor.

Responder en hojas de examen, utilizando hojas **distintas** para cada problema. Si necesita varias hojas para el mismo problema, numérelas (1/2, 2/2). Ponga el nombre en todas las hojas. No entregar el enunciado.

Duración: 70 min.

PROBLEMA 1. El sistema que se muestra en la figura consta de una antena, un amplificador, un filtro paso banda y un analizador de espectros.

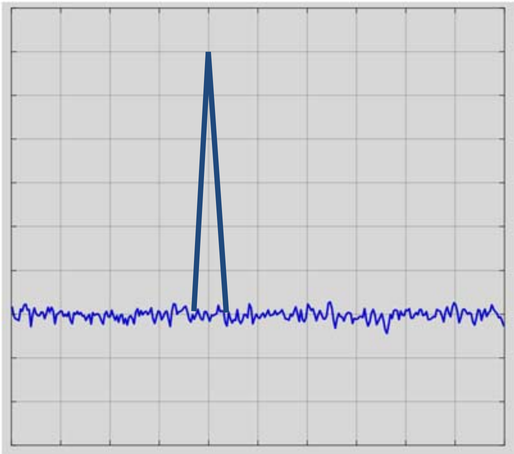


- La antena capta un tono puro de amplitud 10 µV y frecuencia 1300 kHz, además de ruido térmico de temperatura T_a = 6713 K.
- La ganancia del amplificador es 13,6 dB, y su figura de ruido 2,6 dB.
- El filtro paso banda es pasivo. La atenuación en la banda de paso (800-2000 kHz) es 3,6 dB.
- El analizador de espectros tiene una figura de ruido de 10 dB.
- El sistema está a temperatura física T_0 = 300 K y adaptado a R = 50 Ω.
- Constante de Boltzmann, $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ J/K

1) Calcular la temperatura equivalente total de ruido (antena + resto de elementos), T_{eT}, a la entrada del amplificador. (45%)

2) La siguiente figura muestra la pantalla del analizador de espectros, en la que se visualiza el tono y suelo de ruido. También se indican algunos parámetros de la configuración del analizador. Debe determinar el resto de parámetros: frecuencia central, nivel de referencia y ancho de banda de resolución, *RBW*. (40%)

SPAN: 1 MHz.
Factor de escala vertical: 5 dB/división
Frecuencia central (kHz): a determinar
Nivel de referencia (dBm): a determinar
Ancho de banda de resolución, *RBW* (kHz): a determinar



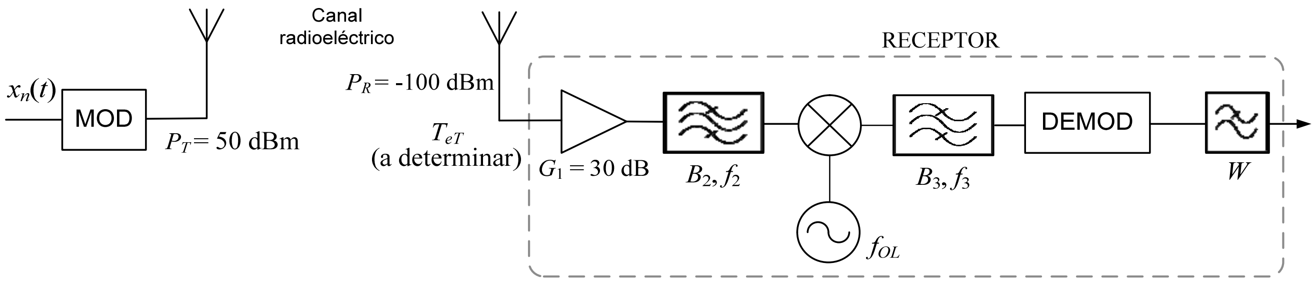
3) Se sabe que el punto de compresión a 1 dB del amplificador es -60 dBm (potencia expresada a la salida). Justificar matemáticamente que el amplificador está trabajando en zona lineal; para la resolución de este apartado basta considerar la potencia del tono, puede despreciarse el ruido. (15%)

PROBLEMA 2. Un sistema de comunicaciones que emplea modulación FM transmite una potencia P_T = 50 dBm. La desviación máxima de frecuencia es Δf = 120 kHz y la frecuencia portadora f_c = 105 MHz. No se emplea preénfasis. La señal moduladora, $x_n(t)$, está normalizada, su frecuencia máxima es W = 12 kHz y su valor cuadrático medio normalizado es $\left\langle x_n^2(t)\right\rangle = 0{,}25\ \mathrm{V}^2$.

Se indican a continuación diversos parámetros del receptor superheterodino:

- El amplificador del receptor tiene 30 dB de ganancia.
- El primer filtro paso banda tiene un ancho de banda B_2 = 20 MHz y está centrado en la frecuencia 98 MHz. No introduce atenuación ni ruido en la banda de paso.
- El oscilador local del receptor tiene una frecuencia f_{OL}, a determinar.
- El segundo filtro paso banda está centrado en la frecuencia intermedia f_3 = 10,7 MHz. Tiene un ancho de banda B_3, a determinar. No introduce atenuación ni ruido en la banda de paso.
- Todo el sistema está adaptado a 50 Ω.

La potencia recibida en la antena es P_R = -100 dBm. Se exige una calidad mínima $(S/N)_S$ = 50 dB a la salida del receptor.



1) Indicar un valor adecuado para la frecuencia del oscilador local, f_{OL}. Indique un valor óptimo para el ancho de banda B_3, con el objetivo de minimizar el efecto del ruido. (20%)

2) Calcular la máxima temperatura equivalente total, T_{eT}, a la entrada del receptor que garantiza la calidad mínima exigida. No olvide comprobar que el sistema trabaja por encima del umbral. (40%)

3) Suponer ahora que la señal moduladora es un tono normalizado de frecuencia 8 kHz. Escribir la expresión temporal de la señal modulada **transmitida**, en la forma habitual:

$$y(t) = A\cos\left(\omega_c t + \beta \operatorname{sen}\left(\omega_m t\right)\right)$$

sustituyendo todas las variables por sus valores numéricos correspondientes. ¿Cuál es el ancho de banda de Carson en este caso? (40%)

Nota. Puede contestar a la pregunta 3 sin haber resuelto las anteriores.

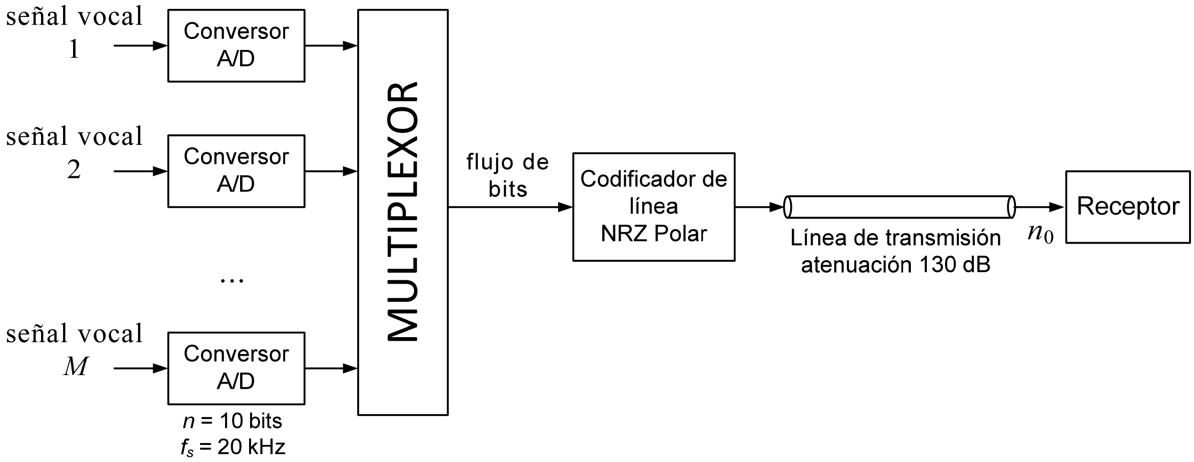
TEORÍA DE LA COMUNICACIÓN
Examen ordinario, enero de 2018

El examen de la 2ª parte de la asignatura consta de dos problemas de igual valor.

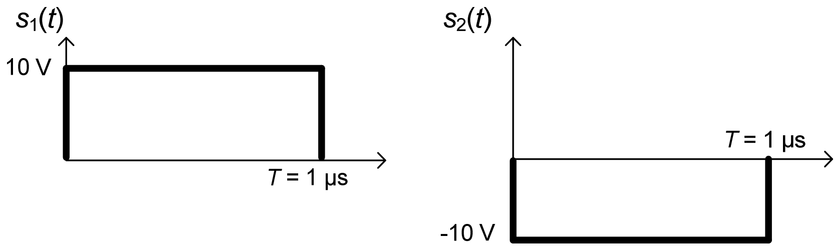
Responder en hojas de examen, utilizando hojas **distintas** para cada problema. Si necesita varias hojas para el mismo problema, numérelas (1/2, 2/2). Ponga el nombre en todas las hojas. No entregar el enunciado.

Duración: 75 min.

PROBLEMA 3. Un sistema de comunicaciones digitales en banda base transmite M canales vocales telefónicos multiplexados en el dominio del tiempo (TDM). Las señales vocales se caracterizan por un valor cuadrático medio de 0,795 V^2, y una frecuencia máxima de 9 kHz. Cada canal se digitaliza con conversores analógico-digital de frecuencia de muestreo 20 kHz, cuantificación uniforme, 10 bits de resolución y rango o nivel de sobrecarga x_{sc} = ±5 V. El multiplexor TDM no añade ningún tipo de información de señalización o control.



El flujo binario generado por el multiplexor se lleva a un codificador de línea NRZ polar (±10 V), con las señales que se indican la figura (T = tiempo de símbolo = 1 µs).



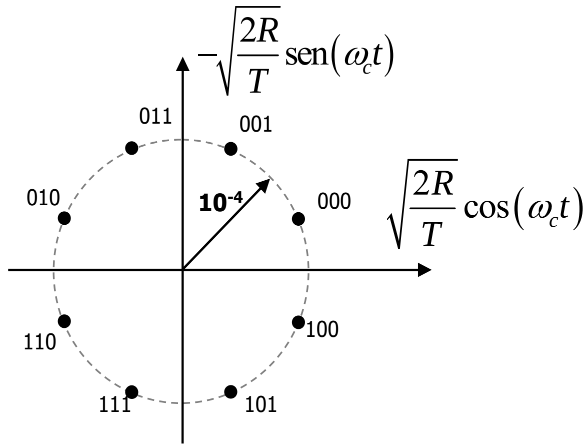
1) Calcular la relación señal-ruido de cuantificación a la salida de cualquiera de los conversores analógico-digital. (35%)

2) Determinar el número máximo de canales vocales, M, que pueden transmitirse con el codificador de línea. (20%)

3) Se transmite la señal NRZ por un canal que atenúa 130 dB. La temperatura de ruido total equivalente en el receptor, incluyendo el ruido de la línea de transmisión, es de 80500 K. Considerar R = 1 Ω. Calcular la probabilidad de bit erróneo en recepción, suponiendo que ambas señales se transmiten con la misma probabilidad. (45%)

Nota. Puede contestar a cualquier pregunta sin haber resuelto las anteriores.

PROBLEMA 4. La constelación en <u>transmisión</u> de un sistema de comunicación digital paso banda se muestra en la figura; todos los símbolos están situados en una circunferencia de radio 10^{-4}. La frecuencia de portadora es 11850 MHz y se quiere transmitir un régimen binario $R_b = 300$ Mbps. Se emplea un coseno alzado con factor de *roll-off* $\alpha = 0{,}22$. Considerar $R = 50\ \Omega$.



Constelación **transmitida**, **normalizada en energía**

En el receptor, la densidad de potencia de ruido (total, equivalente) es $n_0 = 1{,}345\cdot10^{-20}$ W/Hz. Se requiere una **probabilidad de error bit**, **BER**, de $\mathbf{10^{-6}}$.

1) Calcular la potencia media transmitida (expresar en dBm). (20%)

2) Calcular el ancho de banda de la señal modulada. (10%)

3) Escriba la expresión en el dominio del tiempo $s_i(t)$ correspondiente al símbolo transmitido '100'. Debe expresarlo en modulo y fase, es decir, $s_i(t) = A_i\cos(\omega_c t + \phi_i)$. (20%)

4) Calcular mínima potencia recibida para cumplir con el requisito de calidad ($BER = 10^{-6}$). (35%)

5) Determinar las coordenadas en fase y cuadratura (en una base ortonormal) de la señal recibida cuando se ha transmitido el símbolo '100', sin tener en cuenta el efecto del ruido. Si no ha resuelto el apartado anterior, considere que el medio de transmisión atenúa 100 dB. (15%)

Gráfica de *erfc* y recordatorio de fórmulas para problemas 3 y 4

Relación señal-ruido de cuantificación: $\left(\frac{s}{n}\right)_q = \frac{x_{ef}^2}{\langle q^2 \rangle}$ $\qquad \Delta = \frac{2 \cdot x_{SC}}{2^n}$ $\qquad \langle q^2 \rangle = \frac{\Delta^2}{12}$

Probabilidad de error de bit en NRZ polar:

$$BER \equiv P_b = \frac{1}{2}\operatorname{erfc}\left(\frac{d}{\sigma_0 2\sqrt{2}}\right) = \frac{1}{2}\operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{e_b}{n_0}}\right)$$

Probabilidad de error de símbolo para modulación PSK:

$$P_S \approx \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{e_s}{n_0}}\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{M}\right)\right), \text{siendo } M \text{ el número de símbolos de la constelación (4, 8, 16...)}$$

Gráfica de función de error complementario:

Constante de Boltzmann k = 1,38·10^{-23} J/K.

Soluciones

PROBLEMA 1

1)

$$T_{eT} = 6713 + 246 + \frac{300(2,29-1)}{22,9} + \frac{2700}{22,9 \cdot \frac{1}{2,29}} = 7246 \text{ K}$$

2) La potencia de señal a la entrada es de -90 dBm. La ganancia conjunta de amplificador + filtro es 10 dB. En la pantalla del analizador se debería visualizar un tono de amplitud -80 dBm. Luego el nivel de referencia es -75 dBm.

La potencia de ruido que se visualiza es -110 dBm (-75 dBm - 7 divisiones · 5 dB/div), es decir $n = 10^{-14}$ W.

Por otra parte, a partir de la temperatura total equivalente calculada anteriormente, sabemos que la densidad espectral de ruido en el analizador es:

$$n_0 = k \cdot T_{eT} \cdot g = 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 7246 \cdot 10 = 10^{-18} \text{ W/Hz}$$

De estos datos se deduce el ancho de banda de resolución empleado:

$$RBW = \frac{n}{n_0} = 10^4 \text{ Hz}$$

Con un SPAN de 1 MHz cada división horizontal se corresponde a 100 kHz. Luego la frecuencia central es 1400 kHz.

3) Para hacer trabajar al amplificador en su punto de compresión a 1 dB debe introducirse una señal de potencia -60 - 12,6 = -72,6 dBm, ya que la ganancia en ese punto es de 12,6 dB (1 dB menos que en pequeña señal).

La señal original de 10 µV tiene una potencia de -90 dBm, muy inferior a -72,6 dBm. Luego se garantiza el funcionamiento en zona lineal.

PROBLEMA 2

1) La frecuencia del oscilador local puede ser f_{OL} =94,3 ó 115,7 MHz. En ambos casos, al mezclar con la señal modulada, centrada en 105 MHz, resultará una frecuencia intermedia de 10,7 MHz.

Para el segundo filtro se toma el menor ancho de banda posible, coincidente con el ancho de banda de una señal modulada FM. Según Carson:

$$B_3 = 2(\Delta f + W) = 2(120+12) = 264 \text{ kHz}$$

2)

$$D = \frac{\Delta f}{W} = \frac{120}{12} = 10$$

$$\left(\frac{s}{n}\right)_S = 3 \cdot D^2 \cdot \langle x_n^2 \rangle \cdot z \cdot M = 10^5 \rightarrow z = 1333,3$$

$$z = \frac{p_R}{n_0 \cdot W} = \frac{10^{-13}}{n_0 \cdot 12000} = 1333,3 \rightarrow n_0 = 6,25 \cdot 10^{-21} \text{ J/K}$$

$$n_0 = k \cdot T_{eT} \rightarrow T_{eT} = 453 \text{ K}$$

El umbral es $z_u = 40\,(D+1) = 440$. El valor de z requerido es superior a z_u.

3)

$$p_T = \frac{A^2}{2 \cdot 50} = 100 \text{ W} \rightarrow A = 100 \text{ V}$$

$$\beta = \frac{\Delta f}{f_m} = 15$$

$$y(t) = 100 \cos\left(2\pi \cdot 105 \cdot 10^6 t + 15 \,\text{sen}\left(2\pi \cdot 8000 t\right)\right)$$

$$B_{carson} = 2\left(\Delta f + f_m\right) = 256 \text{ kHz}$$

PROBLEMA 3

1)

$$\Delta = \frac{2\cdot 5}{2^{10}} = 9,766\cdot 10^{-3}\ \text{V}$$

$$\left(\frac{s}{n}\right)_{\text{unif}} = \frac{0,795}{\Delta^2/12} = 100034 \rightarrow \left(\frac{S}{N}\right)_{\text{unif}} = 50\ \text{dB}$$

2) El régimen binario a la salida del multiplexor TDM es 10^6 bits/s ya que el periodo de símbolo (igual al periodo de bit, en este caso) es 1 μs.

Régimen binario que aporta cada canal: 20 kHz · 10 bits = 200000 bits/s.

Luego $M = 5$, ya que 200000 · 5 = 10^6 bits/s.

3) En transmisión:

$$e_b = e_s = 10^2 \cdot T = 10^{-4}\ \text{J}$$

En recepción la energía habrá disminuido en un factor 10^{13} (130 dB):

$$e_b = 10^{-17}\ \text{J}$$

$$n_0 = k\cdot T_{eT} = 1,111\cdot 10^{-18}\ \text{W/Hz}$$

$$\frac{e_b}{n_0} = 9,00 \rightarrow \sqrt{\frac{e_b}{n_0}} = 3$$

$$P_b = \frac{1}{2}\text{erfc}\left(\sqrt{\frac{e_b}{n_0}}\right) = \frac{1}{2}\text{erfc}(3) \cong \frac{1}{2}2\cdot 10^{-5} = 10^{-5}$$

También puede resolverse en función de la distancia entre símbolos, utilizando la fórmula de probabilidad de error del receptor binario óptimo:

$$d = 2\sqrt{e_s} = 6,325\cdot 10^{-9}$$

$$\sigma_0 = \sqrt{\frac{n_0}{2}} = 7,453\cdot 10^{-10}$$

$$P_b = \frac{1}{2}\text{erfc}\left(\frac{d}{2\sqrt{2}\cdot\sigma_0}\right) = \frac{1}{2}\text{erfc}\left(\frac{6,325\cdot 10^{-9}}{2\sqrt{2}\cdot 7,453\cdot 10^{-10}}\right) = \frac{1}{2}\text{erfc}(3) \cong 10^{-5}$$

PROBLEMA 4

1)

$$R_s = \frac{R_b}{3} = 100 \text{ Mbaudios}$$

$$\sqrt{e_{s,tx}} = 10^{-4} \rightarrow e_{s,tx} = 10^{-8} \text{ J}$$

$$p_{tx} = e_{s,tx} \cdot R_s = 1 \text{ W } (30 \text{ dBm})$$

2) $B = R_s(1+\alpha) = 10^8(1+0{,}22) = 122 \text{ MHz}$

3)

$$A = \sqrt{\frac{2 \cdot R}{T}}\sqrt{e} = \sqrt{\frac{2 \cdot 50}{10^{-8}}}10^{-4} = 10 \text{ V}$$

$$s_{010}(t) = 10 \cdot \cos\left(2\pi \cdot 11850 \cdot 10^6 t - \pi/8\right)$$

4) Dado que la codificación es de tipo Gray: $P_s = 3 \cdot P_b = 3 \cdot 10^{-6}$. Sabemos que:

$$P_s \approx \text{erfc}\left[\sqrt{\frac{e_s}{n_0}}\text{sen}\left(\frac{\pi}{M}\right)\right]$$

y de acuerdo con la gráfica de función de error complementario: erfc(3,3) = $3 \cdot 10^{-6}$

$$P_s = \text{erfc}\left(\sqrt{\frac{e_{s,rx}}{n_0}}\text{sen}\left(\frac{\pi}{8}\right)\right) \rightarrow e_{s,rx} = 10^{-18} \text{ J}$$

$$p_{rx} = e_{s,rx} \cdot R_s = 10^{-10} \text{ W } (-70 \text{ dBm})$$

5)

$$I = \sqrt{e_{s,rx}} \cdot \cos(\phi_i) = 10^{-9} \cdot \cos(-\pi/8) = 9{,}24 \cdot 10^{-10}$$

$$Q = \sqrt{e_{s,rx}} \cdot \text{sen}(\phi_i) = 10^{-9} \cdot \text{sen}(-\pi/8) = -3{,}83 \cdot 10^{-10}$$

Si se toma la alternativa indicada en el enunciado (atenuación del canal de transmisión 100 dB) los resultados son los mismos.