TEORÍA DE LA COMUNICACIÓN

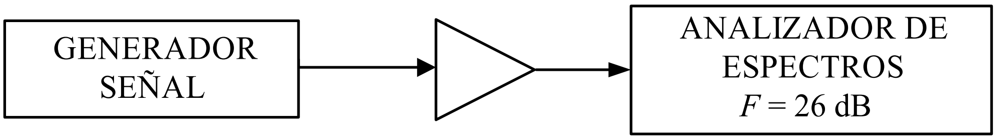
Examen final, enero de 2017. Teoría, parte I

El examen de la primera parte consta de 2 problemas de igual valor.

Responder cada problema en hojas distintas. Si necesita una hoja adicional para alguno de los problemas, numere las hojas: 1/2, 2/2. Ponga el nombre en todas las hojas.

El enunciado no se entrega. Duración del examen: 70 min.

PROBLEMA 1. Se desea caracterizar un amplificador desde el punto de vista de ruido y de distorsión. Para ello se dispone de un generador de señal y de un analizador de espectros, que mide la potencia de diferentes señales a la salida del amplificador.



Se realizan las siguientes medidas:

- Se genera un tono de 2500 MHz y potencia -30 dBm. Se mide una potencia de -6 dBm.
- Se genera un tono de 2500 MHz y potencia -10 dBm. Se mide una potencia de +14 dBm.
- Se genera un tono de 2500 MHz y potencia 5 dBm. Se mide una potencia de +28 dBm.
- Se genera ruido blanco gaussiano de densidad espectral de potencia $n_0 = 10^{-20}$ W/Hz. Se mide un suelo de ruido de potencia -89,4 dBm.

La configuración del analizador de espectros es la misma para todas las medidas: frecuencia central 2500 MHz, SPAN 100 MHz, RBW 100 kHz. Su figura de ruido es 26 dB.

Todo el sistema se encuentra adaptado a 50 Ω.

1. Determinar el punto de compresión a 1 dB. (20%)

2. Determinar la figura de ruido (dB) del amplificador. (70%)

3. Se introducen dos tonos de 2530 y 2570 MHz con potencias elevadas, con lo que el amplificador distorsiona apreciablemente y se generan armónicos y productos de intermodulación. ¿Qué componentes espectrales se visualizarán en el analizador de espectros? Considere la configuración del analizador indicada anteriormente. (10%)

Nota. Todos los apartados pueden resolverse de manera independiente.
Constante de Boltzmann $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ J/K.

PROBLEMA 2.

MODULACIÓN 1. Dado el modulador representado en la Figura 1, donde:

- $x_m(t) = A_m \cdot \cos(2\pi \cdot 10^4 t)$ es la señal moduladora.
- $x_c(t) = A_c \cdot \cos(2\pi \cdot 10^6 t)$ es la portadora.

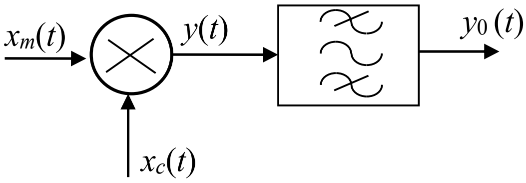


Fig. 1. Modulador

1. Dibuje la transformada de Fourier, $Y_0(f)$, de la señal modulada $y_0(t)$, indicando frecuencias y amplitudes. Las amplitudes deben expresarse en función de A_m y A_c. (20%)

2. Determinar la potencia media de la señal modulada $y_0(t)$, en función de A_m y A_c. Considerar impedancia de 1 Ω. (20%)

MODULACIÓN 2. Suponga ahora que se pretende estudiar una señal modulada FM caracterizada por la transformada de Fourier indicada en la Figura 2. Su desviación máxima de frecuencia es Δf = 600 kHz y la potencia media total 450 W (sobre una resistencia de 1 Ω).

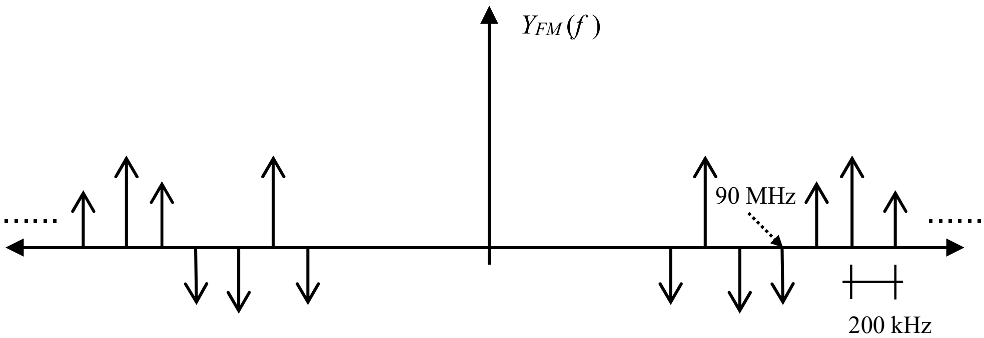


Fig. 2. Transformada de Fourier de una señal modulada FM

3. Obtenga la expresión de la señal modulada, $y_{FM}(t)$. Es necesario que sustituya todas las variables por sus valores numéricos correspondientes. (30%)

4. Calcular el ancho de banda de Carson de la señal modulada. (10%)

5. Calcular la potencia de la señal contenida dentro del ancho de banda de Carson. (20%)

Tabla de valores de las funciones de Bessel de primera especie

n	$J_n(0{,}1)$	$J_n(0{,}2)$	$J_n(1)$	$J_n(2)$	$J_n(3)$
0	1,00	0,99	0,77	0,22	-0,26
1		0,10	0,44	0,58	0,34
2			0,11	0,35	0,48
3			0,02	0,13	0,31
4				0,03	0,13
5					0,04
6					0,01

	TEORÍA DE LA COMUNICACIÓN Examen final, enero de 2017. Teoría, parte II	TSC

El examen de la segunda parte consta de 2 problemas de igual valor.

Responder cada problema en hojas distintas. Si necesita una hoja adicional para alguno de los problemas, numere las hojas: 1/2, 2/2. Ponga el nombre en todas las hojas.

El enunciado no se entrega. Duración del examen: 75 min.

PROBLEMA 3. Un conversor analógico-digital que emplea cuantificación uniforme tiene un fondo de escala o nivel de sobrecarga $x_{sc} = \pm 5$ V, una frecuencia de muestreo $f_s = 5000$ Hz y una longitud de palabra $n = 12$ bits. A la entrada de dicho conversor se introduce la siguiente señal:

$$x(t) = 2\cos(2\pi 1500t) + \text{sen}(2\pi 1310t) \quad [\text{V}]$$

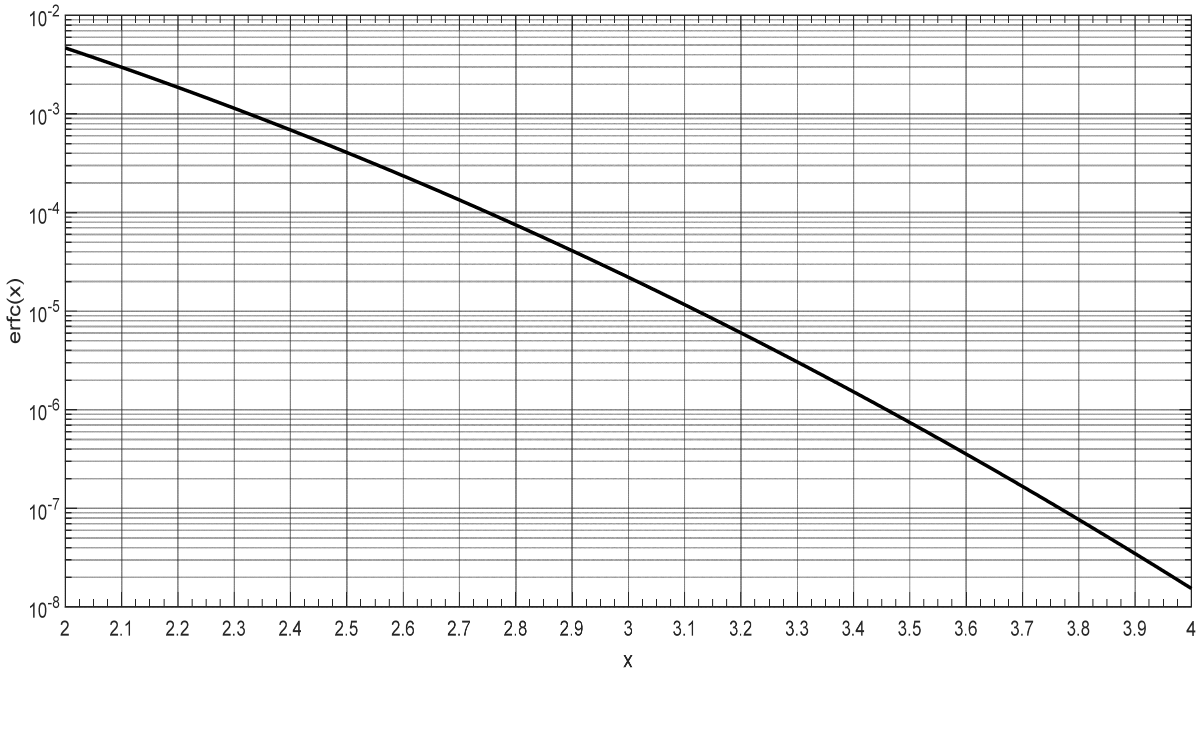
1. Determinar el número de escalón K, así como la palabra código binaria para la muestra $m = 10$, considerando que la muestra $m = 0$ se ha tomado en $t = 0$ s. (25%)

2. Determinar el valor de reconstrucción para la muestra $m = 10$, $\tilde{x}[m]$, y calcular el error de cuantificación cometido. (10%)

3. Calcular la relación señal a ruido de cuantificación. (25%)

4. El flujo binario generado por el conversor analógico-digital se transmite banda base utilizando un codificador de línea NRZ polar (pulsos rectangulares de ±12 V). El canal de transmisión atenúa 143,8 dB. La temperatura de ruido total equivalente en el receptor, incluyendo el ruido de la línea de transmisión, es de 80500 K. Considerar $R = 1\ \Omega$. Calcular la probabilidad de bit erróneo en recepción. (40%)

Nota. Puede contestar a la pregunta 4 sin haber resuelto las anteriores. Se adjunta gráfica de función de error complementario. Constante de Boltzmann $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ J/K.



PROBLEMA 4. Se transmite una información digital de régimen binario R_b = 5 Mbps, a través de un medio que atenúa 60 dB, con la modulación indicada en la constelación de la Figura 1, utilizando una frecuencia portadora de 10 GHz.

En la entrada del receptor, se ha medido una densidad espectral unilateral de ruido de $n_0 = 1{,}26\cdot10^{-17}$ W/Hz. Considerar R = 1 Ω.

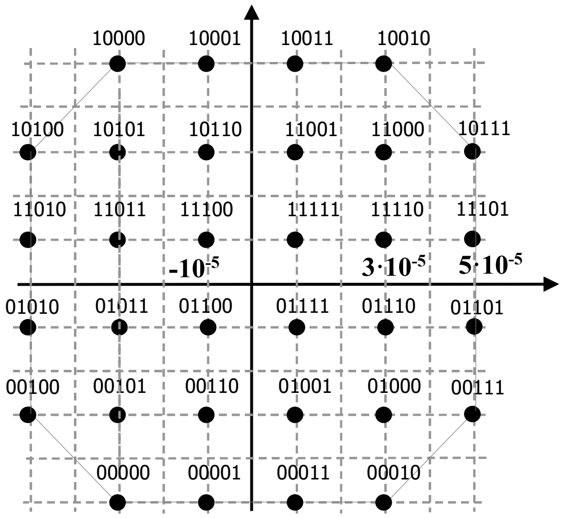


Fig.1. Constelación en transmisión, ejes normalizados en energía. Codificación de Gray

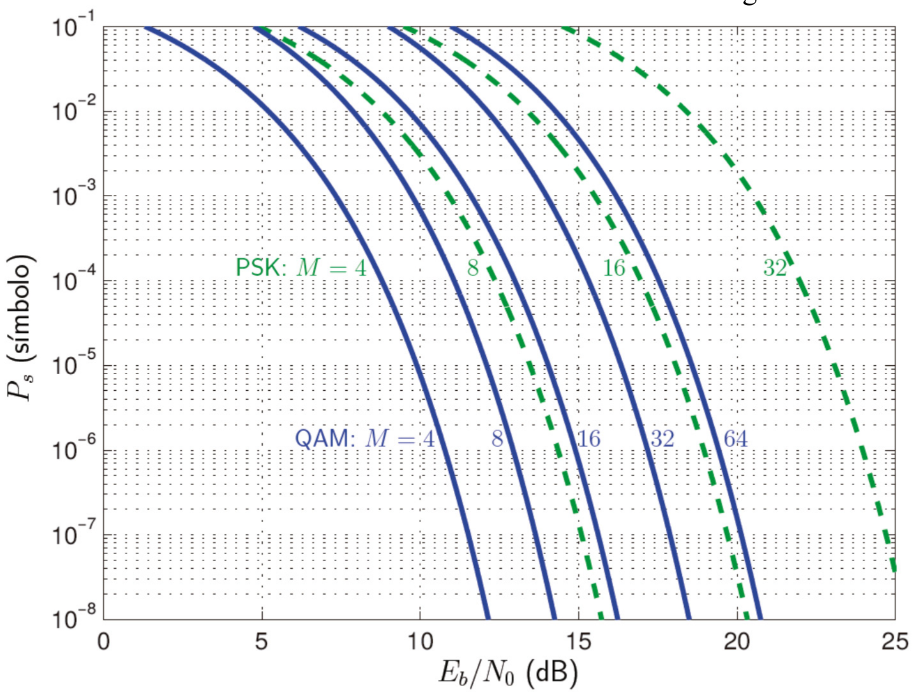


Fig. 2. Probabilidad de error de símbolo. QAM (línea continua) y PSK (línea discontinua)

1. Calcular el número de períodos de portadora que hay en cada período de símbolo. (10%)

2. Para la secuencia de bits **10111**, y suponiendo ausencia de ruido, escriba la expresión en el dominio del tiempo de la señal a la entrada del receptor, **como suma de señales en cuadratura**:

$$C_I \cdot \cos(\omega_c t) + C_Q \cdot \text{sen}(\omega_c t) \quad [\text{V}].$$

Sustituya todas las variables por los valores numéricos correspondientes. (20%)

3. Para la secuencia de bits **11100**, y suponiendo ausencia de ruido, escriba la expresión en el dominio del tiempo de la señal a la entrada del receptor, **como módulo y fase**:

$$A\cos(\omega_c t + \phi) \quad [\text{V}]$$

Sustituya todas las variables por los valores numéricos correspondientes. (20%)

4. Calcular la energía media por símbolo en recepción. (25%)

5. Calcular la probabilidad de **bit** erróneo utilizando las gráficas de la Figura 2. Si no ha realizado el apartado anterior, considere que la potencia media en recepción es $2\cdot10^{-9}$ W. (25%)

SOLUCIONES

PROBLEMA 1

1. $G_0 = 24 \text{ dB}$ (ganancia de pequeña señal)
   $P_{1dB} = 28$ dBm (en ese punto: caída de 1 dB en la ganancia, hasta 23 dB)

2. La potencia de ruido medida por el analizador es la suma de:

- El ruido del generador de señal tras su paso por el amplificador: $n_0 \cdot g_0 \cdot RBW$.
- El ruido interno del amplificador, considerado a la salida del mismo: $k \cdot T_e \cdot g_0 \cdot RBW$.
- El ruido interno del analizador de espectros: $k \cdot T_{ae} \cdot RBW$.

$$T_{ae} = 300\left(10^{26/10} - 1\right) = 119132 \text{ K}$$

$$g_0 = 251 \quad (24 \text{ dB})$$

$$n = \left(n_0 \cdot g_0 + k \cdot T_e \cdot g_0 + k \cdot T_{ae}\right) \cdot RBW =$$

$$= \left(10^{-20} \cdot 251 + 1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot T_e \cdot 251 + 1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 119132\right) \cdot 10^5 = 1{,}148 \cdot 10^{-12} \text{ W} \ (-89{,}4 \text{ dBm})$$

$$\rightarrow T_e = 2115 \text{ K} \rightarrow F = 9 \text{ dB}$$

3. El rango de visualización de la pantalla del analizador de espectros es 2450-2550 MHz. Por lo tanto solo se mostrarán:

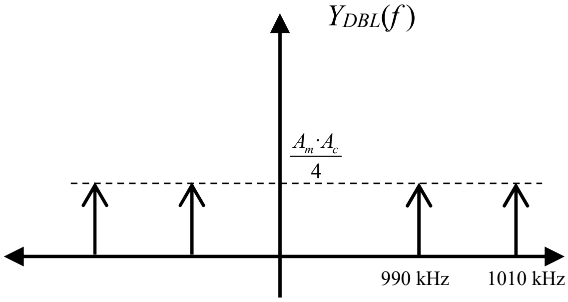
- El tono 'fundamental' de 2530 MHz.
- Un producto de intermodulación de orden 3: 2530 · 2 - 2570 = 2490 MHz.

El resto de tonos fundamentales, armónicos y productos de intermodulación quedan fuera del rango de visualización.

PROBLEMA 2

1. Al multiplicarse las señales resulta una señal modulada en DBL.

$y_{DBL}(t) = x_m(t) \cdot x_c(t) = A_m \cdot A_c \cdot \cos\left(2\pi \cdot 10^4 \cdot t\right) \cos\left(2\pi \cdot 10^6 \cdot t\right)$



2. La potencia es la suma de la potencia de dos tonos de igual amplitud. Por tanto:

$$P_{DBL} = 2 \cdot \frac{A^2}{2} = 2 \cdot \frac{\left(\frac{A_m \cdot A_c}{2}\right)^2}{2} = \frac{A_m^2 \cdot A_c^2}{4} \text{ W}$$

3. En FM, modulando con un tono, la expresión será:

$$y_{FM}(t) = A \cdot \cos\left[\omega_c t + \beta \cdot \sin\left(\omega_m t\right)\right]$$

donde:

$$f_c = 90 \text{ MHz} \Rightarrow \omega_c = 2\pi \cdot 90 \cdot 10^6$$

$$f_m = 200 \text{ kHz} \Rightarrow \omega_m = 2\pi \cdot 200 \cdot 10^3$$

$$\Delta f = 600 \text{ kHz} \Rightarrow \beta = \frac{\Delta f}{f_m} = \frac{600 \cdot 10^3}{200 \cdot 10^3} = 3$$

$$P = 450 \text{ W} \Rightarrow P = \frac{A^2}{2} \Rightarrow A = 30 \text{ V}$$

Luego:

$$y_{FM}(t) = 30 \cdot \cos\left(2\pi \cdot 90 \cdot 10^6 t + 3 \cdot \text{sen}\left(2\pi \cdot 200 \cdot 10^3 t\right)\right) \ [\text{V}]$$

4. $B_{CARSON} = 2 \cdot f_m \cdot (\beta + 1) = 2 \cdot 200 \cdot 10^3 \cdot \left(3 + 1\right) = 1600 \cdot 10^3 = 1{,}6 \text{ MHz}$

5. La potencia contenida dentro del ancho de banda de Carson será:

$$P_{CARSON} = 2 \cdot \frac{A^2}{4}\left(J_0^2(3) + 2 \cdot J_1^2(3) + 2 \cdot J_2^2(3) + 2 \cdot J_3^2(3) + 2 \cdot J_4^2(3)\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_{CARSON} = \frac{30^2}{2}\left(0{,}26^2 + 2 \cdot 0{,}34^2 + 2 \cdot 0{,}48^2 + 2 \cdot 0{,}31^2 + 2 \cdot 0{,}13^2\right) \Rightarrow$$

$$P_{CARSON} = 443{,}52 \text{ W} \equiv 98{,}56\% \text{ de la potencia total}$$

PROBLEMA 3

1. $\Delta = \dfrac{2 \cdot 5}{2^{12}} = 2,4414 \cdot 10^{-3}$ V

   $T_s = 1/f_s = 2 \cdot 10^{-4}$ s

   $x[10] = x(10 \cdot T_s) = 1,315453$ V

   $K = E\left\{\dfrac{1,315453}{2,4414 \cdot 10^{-3}}\right\} = E\{538,83\} = 538$

   Código de salida : 101000011010

2. $\tilde{x}[10] = \text{signo} \cdot \Delta \cdot (K + 0,5) = 1,314697$ V

   $|q(x)| = |x[10] - \tilde{x}[10]| = 7,5563 \cdot 10^{-4}$ V

3. $s = \dfrac{2^2}{2} + \dfrac{1^2}{2} = 2,5$ W

   $\left(\dfrac{s}{n}\right) = \dfrac{2,5}{\Delta^2/12} = 5033166 \rightarrow \left(\dfrac{S}{N}\right) = 67$ dB

4. $R_s = 12 \cdot 5000 = 60000$ símbolos/s

   En transmisión: $e_b = \dfrac{12^2}{R_s} = 2,4 \cdot 10^{-3}$ J

   En recepción: $e_b = 10^{-17}$ J

   $n_0 = k \cdot T_{eT} = 1,111 \cdot 10^{-18}$

   $\dfrac{e_b}{n_0} = 9,00 \rightarrow \sqrt{\dfrac{e_b}{n_0}} = 3$

   $P_b = \dfrac{1}{2}\text{erfc}\left(\sqrt{\dfrac{e_b}{n_0}}\right) = \dfrac{1}{2}\text{erfc}(3) \cong \dfrac{1}{2} 2 \cdot 10^{-5} = 10^{-5}$

PROBLEMA 4

1. $f_c = 10 \text{ GHz} \equiv 10^9 \text{ciclos/segundo}$

$$R_b = 5 \text{ Mbps} \Rightarrow R_s = \frac{R_b}{\log_2 32} = \frac{5{\cdot}10^6}{5} = 1 \text{ Mbaudio}$$

$$\frac{f_c}{R_s} = \frac{10{\cdot}10^9}{10^6} = 10^4 \text{ciclos/símbolo}$$

2. En el dominio del tiempo, la expresión genérica es:

$$s_i(t) = I_i \cdot \sqrt{\frac{2R}{T}} \cdot \cos(\omega_c t) - Q_i \cdot \sqrt{\frac{2R}{T}} \cdot \text{sen}(\omega_c t)$$

donde $\sqrt{\frac{2R}{T}} = \sqrt{2 \cdot 1 \cdot R_s} = 1414,2$ en el sistema descrito en el enunciado,

y, para el símbolo 10111, las coordenadas son: $I_i = 5{\cdot}10^{-5}$, $Q_i = 3{\cdot}10^{-5}$.

En emisión:

$$s_{10111}(t) = 7,07 \cdot 10^{-2} \cdot \cos(\omega_c t) - 4,24{\cdot}10^{-2} {\cdot} \text{sen}(\omega_c t) \ [\text{V}]$$

En recepción, con la atenuación (las amplitudes se dividen por 1000):

$$\boxed{s_{10111}(t) = 7,07 \cdot 10^{-5} \cdot \cos(\omega_c t) - 4,24{\cdot}10^{-5} {\cdot} \text{sen}(\omega_c t) \ [\text{V}]}$$

También se puede hacer a partir de las energías:

$$e_{10111,tx} = \left(5 \cdot 10^{-5}\right)^2 + \left(3 \cdot 10^{-5}\right)^2 = 3,4{\cdot}10^{-9}\,\text{J} \xrightarrow{\text{Atenuación 60 dB}} e_{10111,rx} = 3,4{\cdot}10^{-15}\,\text{J}$$

$$A_{10111} = \sqrt{e_{10111,rx}} \sqrt{\frac{2R}{T}} = 8,24{\cdot}10^{-5} \ \text{V}$$

$$\phi_{10111} = 0,54042 \text{ rad}$$

$$A_{10111} \cdot \cos(\phi_{10111}) = 7,07{\cdot}10^{-5}$$

$$A_{10111} \cdot \text{sen}(\phi_{10111}) = 4,24{\cdot}10^{-5}$$

3. En el dominio del tiempo, la expresión genérica es:

$$s_i(t) = \sqrt{\frac{2R}{T}} \sqrt{e_i} \cdot \cos(\omega_c t + \theta_i) \ [\text{V}]$$

Para el símbolo 11100, la energía en transmisión será:

$$e_{11100} = \left(10^{-5}\right)^2 + \left(10^{-5}\right)^2 = 2{\cdot}10^{-10}\,\text{J}$$

Luego en recepción:

$$e_{11100} = \frac{2{\cdot}10^{-10}}{10^6} = 2{\cdot}10^{-16} \ \text{J}$$

Sustituyendo:

$$\boxed{s_{11100}(t) = 2{\cdot}10^{-5} {\cdot} \cos\left(2\pi{\cdot}10{\cdot}10^9 t + \frac{3\pi}{4}\right) \ [\text{V}]}$$

4. Como todos los cuadrantes tienen el mismo número de símbolos:

$$e_1 = \left(10^{-5}\right)^2 + \left(10^{-5}\right)^2 = 2 \cdot 10^{-10}\,\text{J}$$

$$e_2 = \left(3 \cdot 10^{-5}\right)^2 + \left(1 \cdot 10^{-5}\right)^2 = 10^{-9}\,\text{J}$$

$$e_3 = \left(3 \cdot 10^{-5}\right)^2 + \left(3 \cdot 10^{-5}\right)^2 = 1,8 \cdot 10^{-9}\,\text{J}$$

$$e_4 = \left(5 \cdot 10^{-5}\right)^2 + \left(1 \cdot 10^{-5}\right)^2 = 2,6 \cdot 10^{-9}\,\text{J}$$

$$e_5 = \left(5 \cdot 10^{-5}\right)^2 + \left(3 \cdot 10^{-5}\right)^2 = 3,4 \cdot 10^{-9}\,\text{J}$$

De donde:

$$e_{tx} = \frac{1}{8}\left(e_1 + 2e_2 + e_3 + 2e_4 + 2e_5\right) = 2 \cdot 10^{-9}\,\text{J}$$

$$e_{rx} = \frac{e_{tx}}{10^6} = 2 \cdot 10^{-15}\,\text{J}$$

5. A partir de la energía media recibida se calcula la energía media por bit:

$$e_b = \frac{e_s}{5} = 4 \cdot 10^{-16}\,\text{J}$$

Por tanto:

$$\frac{E_b}{N_0} = 10 \log\left(\frac{4 \cdot 10^{-16}}{1,26 \cdot 10^{-17}}\right) = 15\ \text{dB}$$

En la gráfica, para la curva de 32-QAM se obtiene:

$$P_s = 2 \cdot 10^{-4} \rightarrow P_b = \frac{P_s}{5} = 4 \cdot 10^{-5}$$